



中国矿业大学学报

Journal of China University of Mining & Technology

ISSN 1000-1964, CN 32-1152/TD

《中国矿业大学学报》网络首发论文

题目：巨厚坚硬岩层承载特征及分层破断机制
作者：曹晋荣，窦林名，何江，李许伟，蔡武，柴彦江，阚梓豪，李浩丙
收稿日期：2026-02-06
网络首发日期：2026-04-29
引用格式：曹晋荣，窦林名，何江，李许伟，蔡武，柴彦江，阚梓豪，李浩丙. 巨厚坚硬岩层承载特征及分层破断机制[J/OL]. 中国矿业大学学报.
<https://link.cnki.net/urlid/32.1152.TD.20260429.1033.002>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

巨厚坚硬岩层承载特征及分层破断机制

曹晋荣^{1,2}, 窦林名^{1,2}, 何江^{1,2}, 李许伟^{1,2}, 蔡武³, 柴彦江^{1,2}, 阚梓豪¹, 李浩丙¹

(1. 中国矿业大学 矿业工程学院, 江苏 徐州 221116; 2. 中国矿业大学 江苏省矿山地震监测工程实验室, 江苏 徐州 221116; 3. 中国矿业大学 煤炭精细勘探与智能开发全国重点实验室, 江苏 徐州 221116)

摘要: 针对巨厚坚硬岩层破裂诱发覆岩型矿震问题, 采用理论解析、物理相似模拟及数值模拟相结合的方法, 分析了典型覆岩型矿震波形特征, 确定了矿震主控岩层, 推导了工作面见方阶段岩层挠度及应力解析解, 研究了多工作面采动作用下厚硬岩层变形破断过程。结果表明, 覆岩型矿震主频大多小于 10 Hz, 能量主要集中于某一有限频带内(0-150Hz), 并在短时间内显著增强。矿震主控岩层上表面以压应力为主、下表面以拉应力为主, 正应力峰值位于岩层中心区域, 剪应力峰值集中于岩层四角(上、下表面)及边界中点(中性面)。厚硬岩层呈分层破断特征, 岩层底部中心区域以拉伸破断为主、采空区边缘区域以剪切破断为主。岩层破断过程中出现单层、双层甚至多层应力拱结构, 拱脚处主应力差值大于拱顶。破断导致采空区两侧岩体剪应力发生偏转, 偏转角度大于 90°。厚硬岩层破断失稳可归纳为层间胶结失效、层内分层、采空区中部断裂和采空区边缘断裂等 4 种模式。研究结果可为覆岩型矿震防控提供参考。

关键词: 巨厚坚硬岩层; 矿震; 承载特征; 分层破断; 矿震关键层

中图分类号: TD 324

文献标志码: A

Load-bearing characteristics and layered fracture mechanism of hard and extra-thick rock strata

CAO Jinrong^{1,2}, DOU Linming^{1,2}, HE Jiang^{1,2}, LI Xuwei^{1,2}, CAI Wu³, CHAI Yanjiang^{1,2},

KAN Zihao¹, LI Haobing¹

(1. School of Mines, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China; 2. Jiangsu Engineering Laboratory of Mine Earthquake Monitoring and Prevention, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China; 3. State Key Laboratory for Fine Exploration and Intelligent Development of Coal Resources, China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China)

Abstract: To address the overburden-type mining-induced seismicity triggered by the fracturing of hard and extra-thick rock strata, a combined method of theoretical analysis, physical similarity simulation, and numerical simulation was adopted. Typical waveforms of overburden-type mining-induced seismicity were analyzed, and the key strata controlling seismicity were identified. Analytical solutions for strata deflection and stress during the face-through stage were derived. The deformation and fracture process of hard and extra-thick rock strata under multi-face mining conditions was investigated. The results show that the dominant frequency of overburden-type mining-induced seismicity is mostly below 10 Hz, and the seismic energy is mainly concentrated within a certain limited frequency band (0-150Hz) with a significant short-term enhancement. Compressive stress dominates the upper surface of the key strata controlling seismicity, while tensile stress prevails on the lower surface. The peak normal

收稿日期: 2026-02-06

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52227901, 52374101); 国家资助博士后研究人员计划项目 (GZC20241923)

第一作者: 曹晋荣(1994—), 男, 山西省乡宁县人, 博士后. E-mail: jin-rongcao@cumt.edu.cn

通信作者: 窦林名(1963—), 男, 青海省平安县人, 教授, 博士生导师. E-mail: lmdou@126.com

stress is located in the central region of the strata, and the peak shear stress is concentrated at the four corners (upper and lower surfaces) and at the midpoints of the boundaries (neutral plane). The hard and extra-thick rock strata exhibit stratified fracturing characteristics: tensile failure dominates the central area of the strata bottom, while shear failure prevails near the goaf edges. During the fracturing process, single-layer, double-layer, and even multi-layer stress arch structures appear, and the principal stress difference at the arch foot is greater than that at the arch crown. The fracturing induces shear stress deflection in the rock masses on both sides of the goaf, with a deflection angle exceeding 90° . The instability of hard and extra-thick rock strata can be classified into four failure modes: interlayer bonding failure, intralayer stratification, central goaf fracture, and goaf edge fracture. The research results provide guidance for the prevention and control of overburden-type mining-induced seismicity.

Key words: hard and extra-thick rock strata; mining-induced seismicity; load-bearing characteristics; layered fracture; key strata of mining-induced seismicity

与冲击地压、岩爆等不同,矿震是采矿诱发的又一种典型动力现象^[1-4]。随着煤层开采深度和强度增加,矿震对我国煤矿安全生产的影响已不容忽视^[5-7]。近年来,内蒙古、山东、吉林、辽宁、陕西和山西等地矿区 2.0 级及以上矿震屡次发生。尽管多数矿震未诱发次生灾害,但也有矿震导致井下破坏、人员伤亡、房屋损坏等^[8-11]。

巨厚坚硬岩层是矿震发生的重要因素,厚硬关键层破断、回转或滑移失稳时发生矿震^[12-14]。文献[15]认为岩层特殊的沉积环境和力学特性是内蒙古矿区矿震频发的原因,矿震关键层位置随开采动态变化。文献[16]揭示了倾斜厚煤层开采采空区内煤柱失稳诱发关键层破断,导致矿震发生。文献[17]通过双层岩梁四点弯曲实验,揭示了层间黏结对组合岩梁破坏模式的控制作用,黏结力越大,单次释放能量越高。文献[18]研究发现低位厚硬顶板产生的高能震动以拉伸破断为主。同时,复合关键层、关键岩组同步破断时释放能量,形成矿震^[19,20]。

除岩层破断外,覆岩结构失稳也是矿震发生的主要原因^[21]。基于微震监测,文献[22,23]提出覆岩空间结构可以分为中间有支撑的“ θ ”型、中间无支撑的“O”型、“S”型和“C”型 4 类,指出覆岩结构演化对矿震和冲击地压具有重要作用。文献[24]认为三侧临空工作面上方形成“C”型覆岩结构,结构外侧易发生矿震。文献[25]提出高位厚硬岩层破断及结构调整均会产生大能量矿震。一些研究讨论了矿震的能量来源。文献[26]得出矿震能量主要来自厚硬岩层弯曲变形能和回转时产生的动能。基于结构动力学理论,文献[27]研究了煤岩结构瞬时失稳触发矿震过程,认为采场煤岩重力势能和应变能是矿震主要的能量来源。文献[28]提出巨厚岩层破断释放大量弹性能是强矿震发生的主要原因。

厚硬岩层应力分布与破断行为的力学建模研究不断深入。文献[29]推导了三边固支一边简支弹性

薄板应力解析解,得出厚硬岩层初次“O-X”破断沿走向对称。文献[30]给出了两相邻边固支一边简支一边自由弹性薄板应力解析解,给出了不同长宽比下岩层破断位置。文献[31]分析了孤岛工作面初次来压、周期来压阶段厚硬关键岩层变形及应力分布特征,指出厚硬岩层以剪切破断为主。文献[32]研究了岩层厚度与破断模式之间的关联性,发现剪应力随岩层厚度增加明显增大。文献[33]计算了多层厚硬顶板条件下岩层断裂尺寸和断裂块体数量,量化表征了覆岩结构。文献[34]研究了考虑水平应力的厚硬岩梁拉伸破坏模式,给出了破断步距力学表达式。采用单广义位移厚梁理论,文献[35]计算出了厚硬岩层破断的最大悬空、悬伸距离。文献[36]建立了高位厚硬岩层初次破断判据,分析了工作面宽度、岩层厚度以及荷载对初次破断步距的影响规律。基于符拉索夫厚板理论,文献[37]分析了抗拉强度、厚度、倾向暴露长度对岩层走向暴露长度的影响规律。文献[38]给出了白垩系巨厚砂岩层“O-X”破断诱发矿震的临界判据。

围绕厚硬岩层破断机制与力学解析,已经取得了众多有意义的成果。然而,采动作用下巨厚岩层上表面、中性面和下表面应力分布的差异性需要进一步明晰,巨厚岩层破断过程和矿震触发机制需要深入研究。本文以东滩煤矿六采区为工程背景,基于中厚板理论分析了巨厚砂岩层承载特征,结合物理相似模拟和离散元数值模拟,研究了巨厚砂岩层破断过程及其诱发矿震机制。以期为覆岩型矿震机理和防控研究提供参考。

1 工程背景

1.1 地质及开采概况

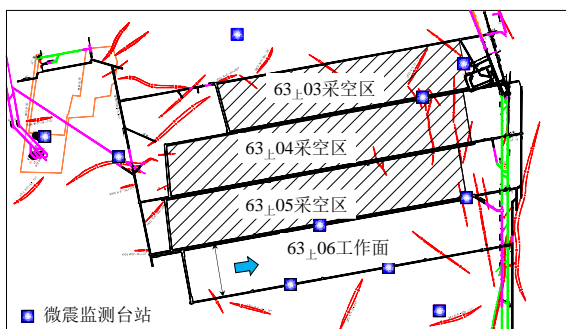
东滩煤矿六采区位于井田南翼,面积约 4.56km^2 。

3_上煤是六采区主要可采煤层之一,煤层平均厚度

5.41m, 平均倾角 7°。地质构造以褶皱为主, 伴有一定数量落差较小的断层, 地质构造复杂程度中等。如图 1(a)所示, 煤层上方存在多层厚度超过 30m 的坚硬砂岩, 部分层厚达到 100-300m。显然, 当采空区面积达到一定规模后, 厚硬砂岩弯曲下沉积累大量弹性应变能, 破裂瞬间将释放巨额能量。

东滩矿六采区已布置 4 个回采工作面, 如图 1(b)所示, 按开采顺序分别是: 63_上04 综采工作面→63_上05 综采工作面→63_上03 综放工作面→63_上06 综采工作面。为有效降低工作面动力灾害风险, 东滩煤矿井下布置了多个监测台站, 组成微震监测系统。六采区开采过程中, 巨厚覆岩型矿震频发, 多起矿震震级超过 2.0 级^[20, 39]。以 63_上06 工作面为例, 63_上06 工作面为一侧采空, 倾向宽度 260m, 走向长度约 1500m, 埋深 654~720m。63_上06 工作面回采期间发生多次矿震, 最大能量为 2.7E6J。虽未诱发井下动力灾害, 但矿震导致工作面长时间停产, 造成巨大损失。

岩层名称	岩层厚度/m
粉砂岩	115.7
细砂岩	21.1
中砂岩	24.7
细砂岩	54.2
细砂岩	270.5
粉砂岩	3.9
细砂岩	13.0
泥岩	8.7
细砂岩	13.4
中砂岩	5.5
粉砂岩	3.1
中砂岩	30.9
粘土岩	1.1
粉砂岩	1.7
中砂岩	0.7
粉砂岩	5.7
3上煤	5.4
粉砂岩	0.6
细砂岩	6.8



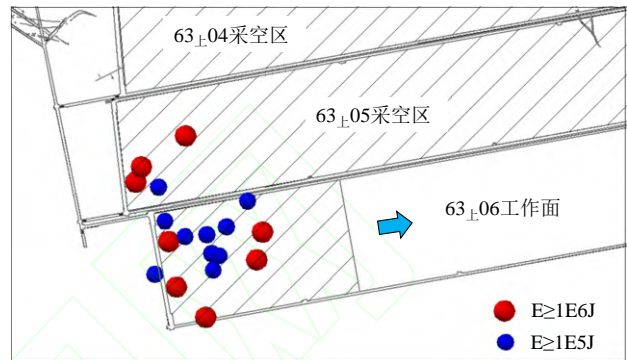
(b)

图 1 工作面布置及顶底板岩性

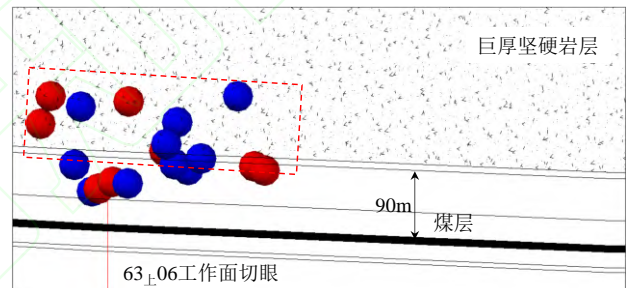
Fig. 1 Layout of the working face and lithology of the roof and floor

1.2 63_上06 工作面矿震特征

63_上06 工作面部分高能震动事件定位如图 2 所示。由图可知, 震动分布呈现如下特征: (1)震动均位于采空区中; (2)高能震动(能量大于 1.0E6J)事件大多位于煤层上方 90m 范围外的巨厚岩层中, 震动事件与煤层之间最大距离 177m, 最小距离 54m, 平均距离 106m。监测结果表明, 63_上06 工作面震动事件与采空区和厚硬覆岩密切相关, 属于典型的巨厚覆岩型矿震。



(a) 平面

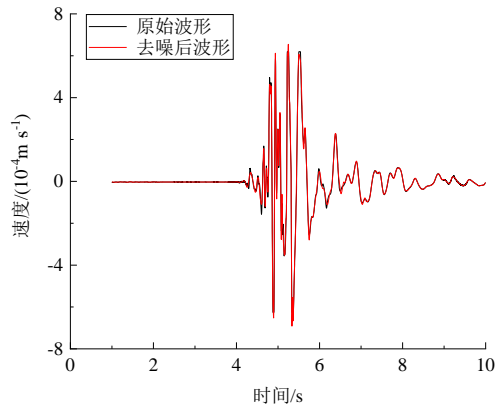


(b) 剖面

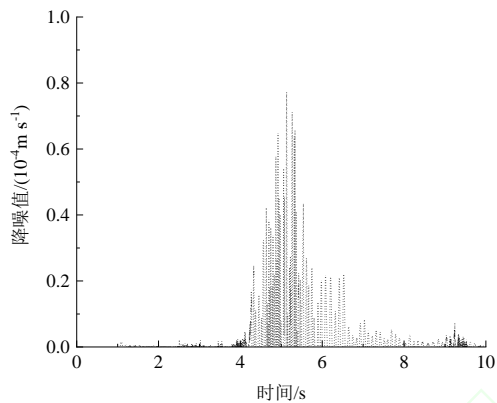
图 2 63_上06 工作面高能震动事件定位图

Fig. 2 Location of high-energy seismic events at the 63 Upper 06 working face

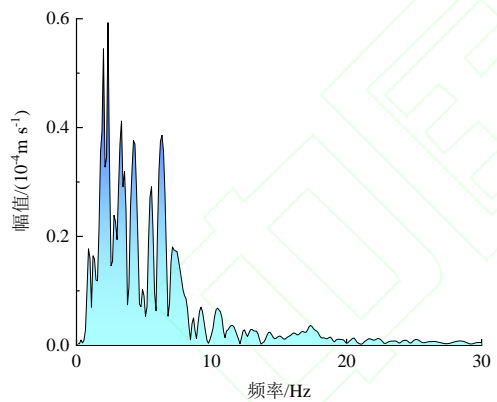
震动波形中包含丰富的信息, 然而, 微震传感器一般布设于井下巷道中, 经常受到大功率机电设备电磁信号与工程活动干扰, 导致波形中含有大量噪声。为获得准确、有效的信息, 首先应该对现场获得的震动波形进行去噪处理, 过滤掉干扰信号。论文选用 DB6 小波函数, 对某次矿震波形进行去噪处理, 扩展模式为周期性, 降噪次数为 5 次, 单次降噪阈值设定为 10%, 降噪前后的震动波形如图 3(a)所示。降噪值如图 3(b)所示, 震动主要持续时间内 (4-8s) 降噪效果明显, 最大降噪值达到 7.7E-5m/s。



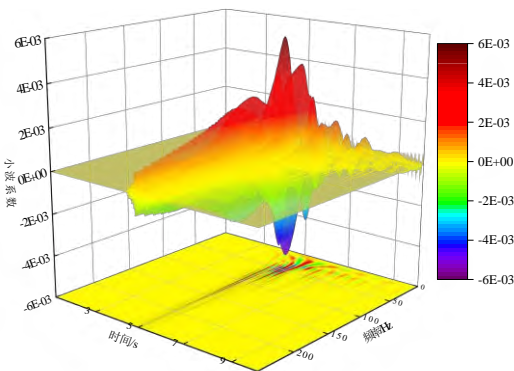
(a) 典型矿震波形



(b) 波形降噪曲线



(c) 频谱图



(d) 时频图

图3 典型矿震波形及频谱、时频图

Fig. 3 Waveforms, frequency spectra, and time–frequency diagrams of typical mining-induced seismicity

对去噪后的波形进行傅里叶变换, 实现信号从时域到频域的转化, 得到波形频谱图, 如图 3(c)所示。由图可知, 本次震动的优势频率集中区段为 2.0-6.4Hz, 频率为 2.0Hz 时, 质点振动速度为 $5.5E-5m/s$, 频率为 6.4Hz 时, 质点振动速度为 $3.8E-5m/s$, 频率大于 8.0Hz 时, 质点振动速度幅值快速减小。同时, 采用小波变换分析了波形在不同时间域和频率域内的特征, 所采用的小波基函数为 Morlet 小波, 波数设定为 5。波形时频分析结果如图 3(d)所示, 振动信号的能量在时间和频率域上呈现明显的非平稳特征。进一步统计分析了该工作面 25 次覆岩型矿震事件频谱和时频特征, 结果表明, 震动主频大多小于 10 Hz; 震动初期能量分布频带较宽, 随着时间推移, 高频成分迅速衰减, 能量逐渐向低频(0-50Hz)转移。震动能量主要集中于某一有限频带内(0-150Hz), 并在短时间内出现显著增强。

2 矿震主控层位判识

确定矿震主控层位是揭示矿震发生机理和实现矿震精准防控的前提。窦林名等把顶板中一层或数层对覆岩型矿震的发生和分布具有控制作用的关键岩层(组)称为覆岩矿震关键层^[40]。覆岩矿震关键层判识流程见文献[39, 40], 判识指标主要包括: 表征岩层弯曲变形积聚弹性应变能力的弯曲能量指数, 决定破断后能量释放条件的自由空间高度, 以及分别评价岩层铰接结构滑落失稳风险和回转失稳风险的结构失稳指数。选取矿井 170 号钻孔和东 7 号钻孔, 采用矿震关键层判识方法对东滩煤矿 63 上 06 工作面覆岩矿震关键层进行理论判识。

首先, 基于关键层理论^[41], 确定煤层上方关键层层位及所受载荷, 关键层计算结果如表 1 和表 2 所示。根据 170 号钻孔可得: 63 上 06 工作面上方存在 3 层关键层, 分别为厚度 5.7m 的粉砂岩(亚关键层)、厚度 30.9m 的中砂岩(亚关键层)和厚度 270.5m 的细砂岩(主关键层), 各关键层所承受的载荷分别为 221.46、1484.76 和 13473.57kPa。根据东 7 号钻孔可得: 63 上 06 工作面上方存在 4 层关键层, 分别为厚度 5.8m 的中砂岩(亚关键层)、厚度 20.0m 的粗砂岩(亚关键层)、厚度 91.2m 的细砂岩(亚关键层)和厚度 227.4m 的细砂岩(主关键层), 各关键层所承受的载荷分别为 151.31、1331.32、2107.72 和 8031.63kPa。然后, 分别计算 63 上 06 工作面覆岩

矿震关键层，基于 170 号钻孔的计算结果如表 3 所示，基于东 7 号钻孔的计算结果如表 4 所示。表中， E_n 为第 n 层关键层弯曲能量指数； L_{y-n} 为第 n 层关键层悬露长度(假设未破断)； K_{max-n} 为第 n 层关键层极限跨距、 H_{z-n} 为第 n 层关键层下方自由空间高度、 κ_{n-1} 为第 n 层关键层结构滑落失稳指数； κ_{n-2} 为第 n 层关键层结构变形失稳指数。最后，结合判别准则，基于 170 号钻孔可得：63_上06 工作面矿震关键层为厚度 270.5m、距离煤层 87.7m 的细砂岩；基于东 7 号钻孔可得：63_上06 工作面矿震关键层为厚度 91.2m、距离煤层 104.8m 的细砂岩。矿震主控层位判识结果与工作面回采过程中高能震动(能量大于 1.0E6J)事件集中层位相符合。

表 1 工作面关键层计算结果(170 号钻孔)

Table 1 Calculation results of key strata for the working face (Borehole No. 170)

岩性	厚度/m	与煤层 间距/m	载荷/kPa	标识
粉砂岩	5.7	0	221.46	亚关键层
中砂岩	30.9	9.2	1484.76	亚关键层
细砂岩	270.5	87.7	13473.57	主关键层

表 2 工作面关键层计算结果(东 7 号钻孔)

Table 2 Calculation results of key strata for the working face (Borehole No. E7)

岩性	厚度/m	与煤层 间距/m	载荷/kPa	标识
中砂岩	5.8	1.4	151.31	亚关键层
粗砂岩	20.0	15.8	1331.32	亚关键层
细砂岩	91.2	104.8	2107.72	亚关键层
细砂岩	227.4	196.4	8031.63	主关键层

表 3 工作面矿震关键层计算结果(170 号钻孔)

Table 3 Calculation results of key strata of mining-induced seismicity for the working face (Borehole No. 170)

序号	E_n/J	L_{y-n}/m	K_{max-n}/m	H_{z-n}/m	κ_{n-1}	κ_{n-2}
1	1.75E7	260	42	6.0	-0.11	3.95
2	6.66E8	252	76	5.5	0.04	-10.84
3	4.25E12	1026	233	0.8	-0.01	-148.67

表 4 工作面矿震关键层计算结果(东 7 号钻孔)

Table 4 Calculation results of key strata of mining-induced seismicity for the working face (Borehole No. E7)

序号	E_n/J	L_{y-n}/m	K_{max-n}/m	H_{z-n}/m	κ_{n-1}	κ_{n-2}
1	1.75E7	259	26	5.21	-0.11	4.00

2	6.66E8	247	35	2.55	0.01	-1.63
3	5.57E10	978	154	-15.31	0.02	-34.42
4	4.25E12	900	300	-33.62	0.28	-81.24

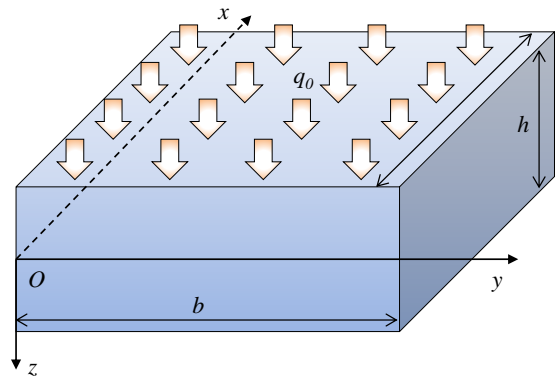
3 厚硬岩层承载特征

3.1 基本假设与边界条件

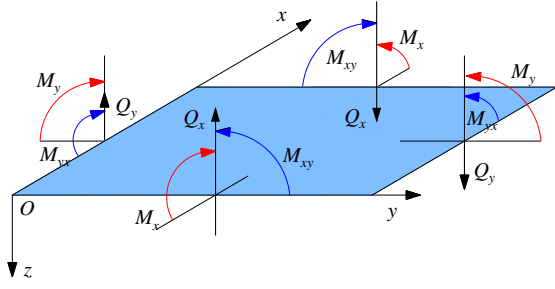
煤层采出后，低位顶板破断下沉，厚硬岩层弯曲变形。将厚硬岩层简化为下部悬空、上部承载、厚度均匀、岩性稳定的均质矩形板。当矩形板的厚宽比大于 1/8 或 1/5 后，薄板理论解与实际情况将出现较大的误差。基于弹性力学和 Reissner 中厚板理论，作出以下假设：(1)厚硬岩层是连续的，岩层没有被节理面或断层等切割为不连续岩体，岩层被等效为均匀分布、各向同性的完全弹性体；(2)板的中性面在弯曲过程中不发生伸缩；(3)弯曲前垂直于中性面的平面，弯曲后仍垂直于中性面并且保持为平面，弯曲后中性面的应变为 0；(4)与其他应力相比，板面垂直方向的正应力较小。初次破断前，厚硬岩层边界条件为四周固支，固支边界板不能发生任何移动或转动，所对应的挠度和转角为 0。

3.2 采动作用下厚硬岩层力学解析

将厚硬岩层简化为一长度为 a ，宽度为 b ，厚度为 h 的矩形等厚板，沿中性面建立直角坐标系， x 、 y 轴位于中性面内， z 轴沿板厚向下，如图 4(a)所示。均布载荷 q_0 垂直于厚硬岩层上表面，在均布载荷和边界条件作用下，厚硬岩层发生弯曲变形，挠度记为 $W_{(x,y)}$ 。选取厚硬岩层中任意单元，由挠曲变形引起的应力、弯矩和剪力如图 4(b)所示。其中， M_x 为绕 y 轴的作用于垂直 x 轴截面的弯矩， M_y 为绕 x 轴的作用于垂直 y 轴截面的弯矩； M_{xy} 是作用于 x 面绕 x 轴的扭矩， M_{yx} 是作用于 y 面绕 y 轴的扭矩， Q_x 是作用于 x 面的剪力， Q_y 是作用于 y 面的剪力。



(a)



(b)

图4 厚硬岩层力学模型及单元受力分析

Fig. 4 Mechanical model of hard and extra-thick rock strata and force analysis of a representative element

厚硬岩层位移与应变关系、应力平衡关系和应力应变关系如式(1)、(2)和(3)。

位移与应变关系为：

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\end{aligned}\quad (1)$$

式中， u 、 v 、 w 分别为沿 x 、 y 、 z 的位移分量； ε_x 、 ε_y 、 ε_z 分别沿 x 、 y 、 z 的正应变； γ_{xy} 、 γ_{yz} 、 γ_{xz} 分别为各平面内的剪应变。

由 x 、 y 、 z 三个方向的应力平衡可得：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

式中， σ_x 、 σ_y 、 σ_z 分别沿 x 、 y 、 z 的正应力； τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{xz} 分别为各平面内的剪应力； X 、 Y 、 Z 分别沿 x 、 y 、 z 的体积力分量。

根据应力-应变之间的关系，有：

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2G \left\{ \varepsilon_x + \frac{\mu}{1-2\mu} e \right\}, \tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \\ \sigma_y &= 2G \left\{ \varepsilon_y + \frac{\mu}{1-2\mu} e \right\}, \tau_{yz} = G\gamma_{yz}, \\ \sigma_z &= 2G \left\{ \varepsilon_z + \frac{\mu}{1-2\mu} e \right\}, \tau_{zx} = G\gamma_{zx}, \\ e &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\end{aligned}\quad (3)$$

式中， μ 为泊松比， G 为剪切模量， e 为体积应变。

岩层弯矩、剪力与内力之间的关系为：

$$\begin{aligned}M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz \\ M_{yx} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yx} z dz, \quad M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} z dz \\ Q_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} dz, \quad Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yx} dz\end{aligned}\quad (4)$$

式中， h 为岩层厚度； M_x 和 M_y 分别为绕 y 轴和绕 x 轴的弯矩； M_{xy} 和 M_{yx} 为扭矩； Q_x 和 Q_y 为剪力； z 为距中性面的垂直距离。

可得，岩层各应力分量为：

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{12M_x}{h^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12M_y}{h^3} z \\ \tau_{xz} &= \frac{3h^2 - 4z^2}{2h^3} Q_x, \\ \tau_{yz} &= \frac{3h^2 - 4z^2}{2h^3} Q_y, \\ \tau_{xy} &= \frac{12M_{xy}}{h^3} z,\end{aligned}\quad (5)$$

$$\sigma_z = -2q \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h} \right)^2 \left(1 + \frac{z}{h} \right)$$

岩层实际位移分量与应变的几何关系以及虎克定律为：

$$\begin{aligned}
\varepsilon'_x &= \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] \\
\varepsilon'_y &= \frac{\partial v'}{\partial y} = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)] \\
\gamma'_{yz} &= \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \\
\gamma'_{zx} &= \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \\
\gamma'_{xy} &= \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{1}{G} \tau_{xy}
\end{aligned} \quad (6)$$

式中, u' 、 v' 、 w' 为岩层实际位移分量(考虑剪切变形), ε'_x 、 ε'_y 、 ε'_z 、 γ'_{xy} 、 γ'_{yz} 、 γ'_{zx} 为岩层实际应变分量(考虑剪切变形), E 为弹性模量, D 为抗弯刚度。

结合式(5)和式(6), 解得应力公式如下:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon'_x + \mu\varepsilon'_y) + \frac{\mu}{1+\mu} \sigma_z \\
&= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \mu \frac{\partial v'}{\partial y} \right) - \frac{3\mu q}{4(1-\mu)} \left[\frac{2}{3} - \frac{2z}{h} + \frac{1}{3} \left(\frac{2z}{h} \right)^3 \right]
\end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon'_y + \mu\varepsilon'_x) + \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z \\
&= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial v'}{\partial y} + \mu \frac{\partial u'}{\partial x} \right) - \frac{3\mu q}{4(1-\mu)} \left[\frac{2}{3} - \frac{2z}{h} + \frac{1}{3} \left(\frac{2z}{h} \right)^3 \right]
\end{aligned} \quad (8)$$

Reissner 中厚板理论基本方程为:

$$\begin{aligned}
D\nabla^4 w(x, y) &= q \\
\nabla^2 \psi(x, y) - \frac{10}{h^2} \psi(x, y) &= 0
\end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
\psi_{(x,y)} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(\frac{G_m \alpha_0 [1 - ch(pb)]}{p sh(pb)} - \frac{2q_0 h^2 v [1 - ch(pb)]}{5pa(1-v) sh(pb)} \right) \bullet ch(py) + \left(-\frac{E_m \alpha_0}{p} - \frac{2q_0 h^2 v}{5pa(1-v)} \right) sh(py) \right] \\
&\cos(\alpha_0 x) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{E_n \beta_0 [1 - ch(ta)]}{t sh(ta)} + \frac{2q_0 h^2 v [1 - ch(ta)]}{5bt(1-v) sh(ta)} \right) ch(tx) + \left(\frac{E_n \beta_0}{t} + \frac{2q_0 h^2 v}{5bt(1-v)} \right) sh(tx) \right] \cos(\beta_0 y)
\end{aligned} \quad (13)$$

式中, ∇^2 为二维拉普拉斯算子, ∇^4 为双调和算子, $\psi(x,y)$ 为应力函数。

岩层边界条件为四周固支, 所荷载荷为 q_0 时, Reissner 中厚板理论基本方程为:

$$\begin{aligned}
D\nabla^4 w(x, y) &= q_0 \\
\nabla^2 \psi(x, y) - \frac{10}{h^2} \psi(x, y) &= 0 \\
\nabla^4 \omega &= \frac{p(x, y)}{D} \\
\nabla^4 &\equiv \nabla^2 \bullet \nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}
\end{aligned} \quad (10)$$

可得, Reissner 中厚板挠度及应力函数的表达式:

$$\begin{aligned}
w(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{A_m ch(\alpha_0 y) + B_m \alpha_0 y ch(\alpha_0 y)}{+ C_m sh(\alpha_0 y) + D_m \alpha_0 y sh(\alpha_0 y)} \right] \\
&\sin(\alpha_0 x) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{A_n ch(\beta_0 x) + B_n \beta_0 x ch(\beta_0 x)}{+ C_n sh(\beta_0 x) + D_n \beta_0 x sh(\beta_0 x)} \right] \\
&\sin(\beta_0 y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin(\alpha_0 x) \sin(\beta_0 y)
\end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
p &= \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{10}{h^2}} \\
t &= \sqrt{\beta_0^2 + \frac{10}{h}}
\end{aligned} \quad (12)$$

结合边界条件, 解得岩层应力函数表达式如式(13), 挠度函数表达式如式(14)。根据挠度及应力表达式可以求得厚板在载荷 q_0 作用下各位置的挠度值和应力分量。

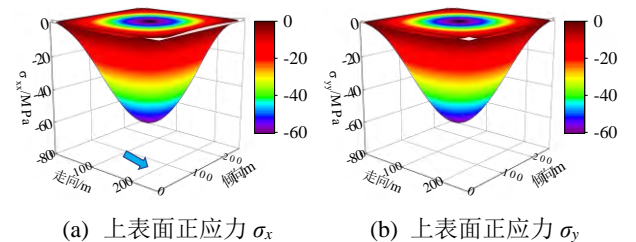
$$\begin{aligned}
W_{(x,y)} = & \left\{ \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3\alpha_0^2} \left[\frac{\beta_0 sh(\alpha_0 b)}{[1+ch(\alpha_0 b)]} \left(1 + \frac{n^2\pi^2}{\alpha_0^2 b^2} \right) \cdot \left(\frac{2ch(\alpha_0 b)}{\alpha_0} - \frac{2\alpha_0 b n \pi}{1+ch(\alpha_0 b)} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \cdot \frac{sh(\alpha_0 b)}{\alpha_0^2 b^2 + n^2 \pi^2} - \frac{2\beta_0 \left\{ \frac{sh(\alpha_0 b)}{\alpha_0} - \frac{2b[1+ch(\alpha_0 b)]}{\alpha_0^2 b^2 + n^2 \pi^2} \right\}}{1+n^2\pi^2/(\alpha_0^2 b^2)} \right] \left(\frac{G_m}{2} + \frac{h^2\nu q}{5m\pi(1-\nu)} \right) + \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3\beta_0^2} \right. \\
& \left[2 \frac{m\pi sh(\beta_0 a)}{a[1+ch(\beta_0 a)]} \cdot \frac{1}{1+\frac{m^2\pi^2}{\beta_0^2 a^2}} \left(\frac{ch(\beta_0 a)}{\beta_0} - \frac{2a}{\beta_0^2 a^2 + m^2\pi^2} \right) + \frac{2\beta_0 a m \pi sh(\beta_0 a)}{[1+ch(\beta_0 a)](\beta_0^2 a^2 + m^2\pi^2)} \right. \\
& \left. \left. - \frac{2m\pi sh(\beta_0 a)}{\beta_0 a(1+m^2\pi^2/\beta_0^2 a^2)} + \frac{2a[1+ch(\beta_0 a)]}{\beta_0^2 a^2 + m^2\pi^2} \right] \left(\frac{E_0}{2} + \frac{h^2\nu q}{5n\pi(1-\nu)} \right) + \frac{192q(1-\nu^2)}{Eh^3\pi^6 mn \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \right\} \\
& \sin(\alpha_0 x) \sin(\beta_0 y)
\end{aligned} \tag{14}$$

3.3 案例计算

根据东滩煤矿相关资料，案例计算中所选取的各项参数如下：厚硬岩层厚度 110m，岩石弹性模量 30GPa、抗压强度 50MPa、抗拉强度 5MPa、内聚力 5MPa、内摩擦角 28°、泊松比 0.25。厚硬岩层埋深约 400m，均布载荷取 10MPa。工作面见方期间关键层易发生破断，产生高能震动。因此，计算了 63 ± 06 工作面见方时厚硬岩层应力分布状态。对照工作面布置情况，厚硬岩层沿工作面走向边长度为 a ，沿工作面倾向边长度为 b ，工作面切眼处 $a=0$ 。工作面见方时： $a=260\text{m}$ ， $b=260\text{m}$ 。假设该采空区尺度下厚硬岩层未发生破断，满足理论分析基本条件。基于力学解析得到的岩层挠度及应力表达式，分别计算厚硬岩层上表面、中性面以及下表面剪应力和正应力值。为简化计算，级数 m 、 n 均取为 1。剪应力正负值分别代表不同的剪切方向，正应力正值时为拉应力，正应力负值时为压应力。

工作面见方期间，厚硬岩层上表面沿 x 轴正应力和沿 y 轴正应力分别如图 5(a)、(b)所示，随着采空区面积增大，岩层挠度变形增加，上表面正应力升高。正应力峰值位于岩层上表面中心点，并且正应力为负值，表明上表面受压应力作用。工作面开采方向如图 5(a)所示，见方期间岩层沿走向与沿倾向长度相等，所以沿不同方向的正应力数值相等，

均为 60.59 MPa。厚硬岩层上表面和下表面剪应力分别如图 5(c)、(d)所示，剪应力升高区域出现在岩层四角，剪应力峰值分别位于厚板上、下表面四个顶点。当投影位置相同时，剪应力大小相等、方向相反。厚硬岩层中性面剪应力分别如图 5(e)、(f)所示，工作面切眼和正在回采区域上方岩层在垂直于 x 轴的面上沿 z 方向的剪应力大幅升高，剪应力峰值位于边界中点，即 $a=0$ 、 $b=130\text{m}$ 和 $a=260$ 、 $b=130\text{m}$ ；两顺槽上方岩层在垂直于 y 轴的面上沿 z 方向的剪应力大幅升高，剪应力峰值位于边界中点，即 $a=130$ 、 $b=0\text{m}$ 和 $a=130$ 、 $b=260\text{m}$ 。同样的，由于沿走向与沿倾向长度相等，所以中性面沿不同方向的剪应力数值相等，均为 32.43MPa。厚硬岩层下表面沿 x 轴正应力和沿 y 轴正应力分别如图 5(g)、(h)所示，岩层底部挠曲变形增大导致下表面正应力升高。正应力峰值位于厚板下表面中心点，并且正应力为正值，表明下表面受拉应力作用。



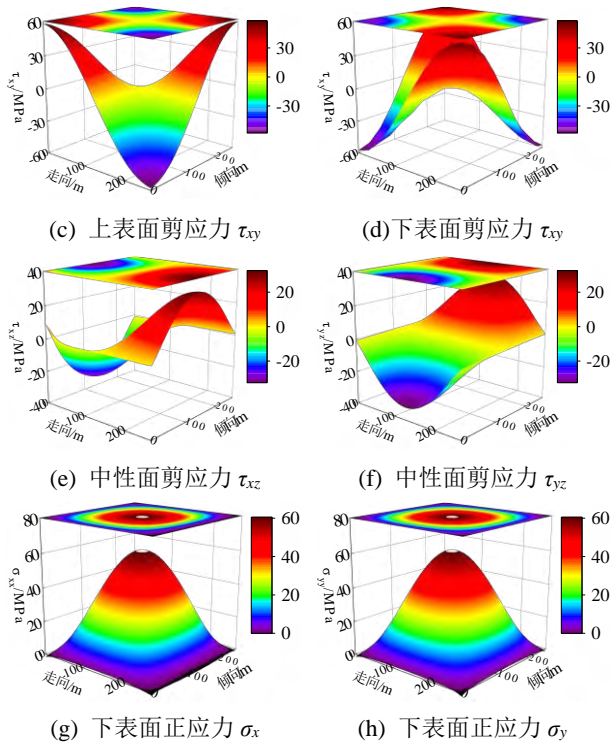


图 5 厚硬岩层上表面、下表面及中性面应力分布

Fig. 5 Stress distribution on the upper surface, lower surface, and neutral plane of HETR

4 巨厚坚硬岩层破断诱震机制

4.1 物理相似模拟与数值模拟方案

沿工作面倾向建立巨厚坚硬岩层下开采物理相似模型。模型内部布置 3 个回采工作面，工作面长度均设置为 240m，两侧分别留设 100m、95m 作为边界。由于本研究重点关注远场覆岩且小煤柱自身承载能力有限，物理相似模拟未考虑 3.5m 区段煤柱对覆岩活动的影响。选取的相似模拟试验台尺寸为：长×高×厚=2500mm×1500mm×300mm，模型几何相似比为 1:400。模型底部及两侧均为固定位移边界条件，顶部施加相当于 250m 埋深时的应力边界条件，根据模型应力相似比，等效载荷为 10.4kPa。相似模型材料以细河砂为骨料，以石灰、石膏加入适量清水为胶结材料，层间采用云母粉实现分层。为得到工作面回采过程中顶板岩层位移及应力演化规律，在模型中分别布置了 12 个应力测点和 220 个位移测点。如图 6 所示，采用 DF-9-2kg 薄膜式单点压力传感器和 ZC40YL 物理模型应力测试系统对开挖过程中煤岩体应力进行监测并记录，DF-9-2kg 薄膜式单点压力传感器厚度仅为 0.1-0.2mm，柔性较好，传感器直径 10mm，其中敏感区范围为 7.5mm。采用 DigiMetric 三维摄影测量系统

监测开挖过程中的岩层变形及位移演化。



图 6 物理相似模型及监测手段

Fig. 6 Physical similarity model and monitoring methods

沿工作面倾向建立 UDEC 大尺度离散元数值模型，如图 7 所示。模型总长 1160m，总高 406m，为减小边界效应对模拟结果的影响，模型左右各留 200m 作为边界区域，煤层中布置 3 个工作面，从左至右依次为：63±04 工作面、63±05 工作面和 63±06 工作面，数值模型中也未设置 3.5m 区段煤柱。相对于矩形和多边形块体，三角形块体在模拟岩石脆性破坏及裂隙扩展等方面更具优势^[42]。因此，采用内置 Trigon 命令将煤岩体划分为三角形块体，模型共包含 11443 个块体，30400 个单元，52306 个节点。块体材料采用摩尔-库伦塑性本构模型，接触面采用具有残余强度的节理面接触-库伦滑移本构模型。底部初始水平应力和垂直应力分别为 27 MPa、18.5 MPa。模型上部为应力边界，其余三边均为位移边界。岩层性质及厚度根据钻孔柱状资料设置。为得到巨厚岩层破断过程中不同位置的应力和位移变化规律，在矿震关键层中设置 4 组测点，分别为上部、中上部、中下部和下部，且每组均包括 9 个测点，测点编号从左至右依次为：1#、2#、3#、4#、5#、6#、7#、8#、9#。

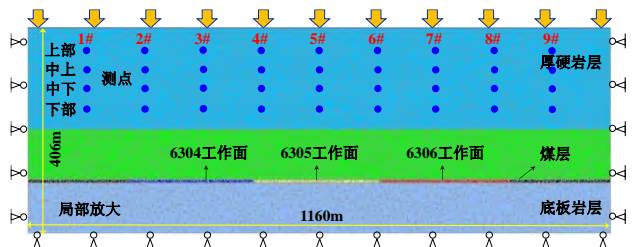


图 7 UDEC 大尺度离散元数值模型

Fig. 7 Large-scale discrete element numerical model based on UDEC

4.2 破断特征分析

物理相似模型开挖过程中顶板岩层裂隙发育及垮落如图 8 所示。如图 8(a)所示，开挖长度较小时，

顶板岩层未出现明显裂隙。随着开挖长度增加，直接顶开始破断，如图 8(b)所示。第一个工作面开挖后，直接顶等低位顶板出现垮落，与厚硬岩层底部之间出现较大离层，如图 8(c)所示。开挖长度增大至 420m 后，厚硬岩层内部出现分层破裂，岩层中下部出现离层裂隙，岩层底部产生挠曲变形，如图 8(d)所示。第二个工作面开挖后(开挖长度 480m)，厚硬岩层内部出现两条水平裂隙，并且岩层底部发生断裂，出现近垂直裂隙，如图 8(e)所示。随着开采时间增加，厚硬岩层中的裂隙逐渐向上发展，岩层中部也发生断裂，如图 8(f)所示。当开挖距离增加至 580m 后，顶板中垮落带和裂隙带分布范围如图 8(g)所示，垮落带主要位于低位顶板中，裂隙带宽度约 390m，高度约 160m，裂隙带已经发育至厚硬岩层中。如图 8(h)所示，第三个工作面开挖后(开挖长度 720m)，顶板中垮落带和裂隙带范围进一步增大，裂隙带宽度约 560m，高度约 225m，厚硬岩层内出现多条近水平裂隙，且岩层中部及底部出现断裂。

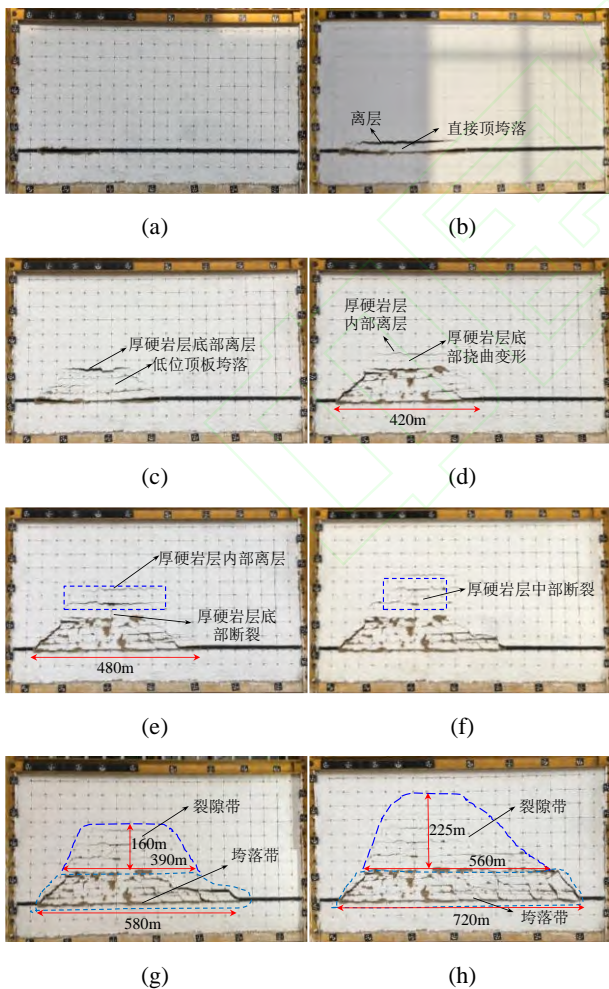
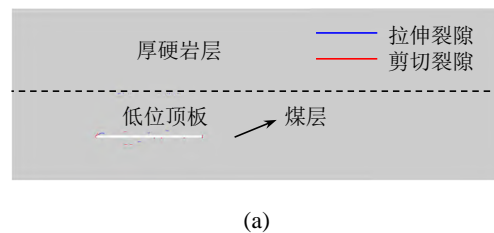


图 8 顶板岩层垮落过程(物理相似模拟结果)

Fig. 8 Roof strata failure process (physical similarity simulation)

results)

图 9 为数值模拟得到的工作面开采过程中煤岩体细观裂隙演化图，蓝色代表拉伸裂隙，红色代表剪切裂隙。如图 9(a)所示，63 ±04 工作面开采后，采空区周围煤岩体中开始出现少量裂隙，此时裂隙长度较小，零星分布于直接顶、直接底以及两侧实体煤中。如图 9(b)所示，63 ±05 工作面开采后，顶板中裂隙萌生及发育速度明显增加。位于采空区两侧的低位顶板中出现多组倾斜分布的贯通裂隙，采空区中部的顶板出现拉伸破坏。低位顶板与厚硬岩层之间出现明显的水平状剪切裂隙，表明不同岩层层间发生了剪切-错动，与物理相似模拟结果一致。随着采空区两侧的裂隙向上、向采空区内部进一步发展，低位顶板中形成了两个破裂带：位于外侧的剪切破裂带和位于内部的拉伸破裂带。拉伸破裂带的范围大于剪切破裂带，但破裂角整体上小于剪切破裂带。此外，低位顶板与厚硬岩层之间的层间裂隙类型由纯剪切型转变为剪切-拉伸混合型，拉伸裂隙集中在中部，剪切裂隙分布于两侧。随着开采时间增加，厚硬岩层不断弯曲下沉，当岩层内的集中应力超过极限强度后开始破裂，厚硬岩层破断经历了裂隙萌生和发展过程。如图 9(c)所示，根据裂隙倾角可将厚硬岩层中的裂隙分为两类：第一类是倾角较大的以岩层竖向断裂为主的裂隙，第二类是倾角较小的以岩层内部分层为主的裂隙，上述两类裂隙在相似模拟试验中也被观察到。厚硬岩层底部中心区域以拉伸破断为主、接近采空区边缘区域以剪切破断为主。理论计算也表明厚硬岩层底部中心区域拉应力集中而接近采空区边缘区域剪应力集中，数值模拟与理论计算结果一致。63 ±06 工作面开采后，在新采空区边缘和上方也分别形成剪切破裂带和拉伸破裂带，顶板岩层最终呈现“两侧剪切裂隙为主，中部拉伸裂隙为主”的细观裂隙分布模式。此外，大面积开采同样导致一定范围内的未开采区域上覆岩层中出现以拉伸裂隙为主的采动裂隙，如图 9(d)所示。



(a)

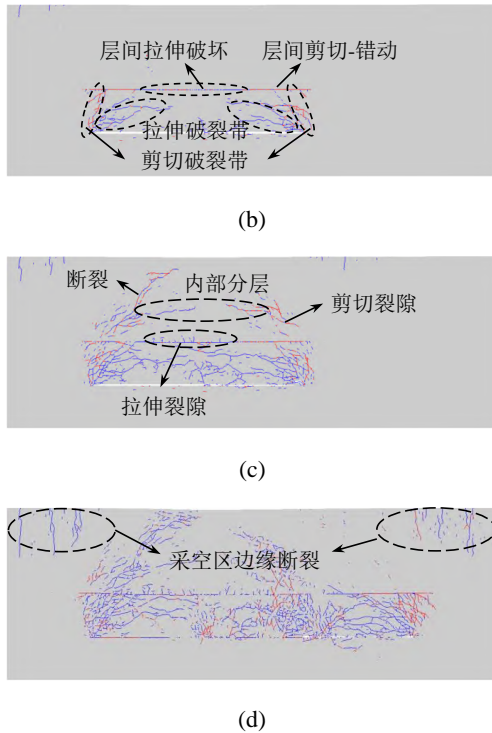


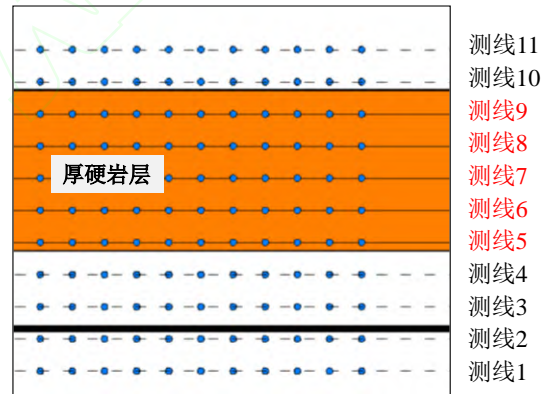
图9 煤岩体裂隙演化(数值模拟结果)

Fig. 9 Evolution of fractures in coal and rock mass (numerical simulation results)

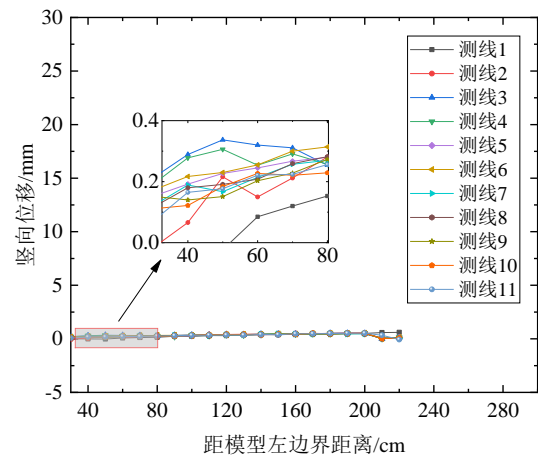
4.3 位移变化规律

为监测工作面开采期间煤岩体变形及位移演化,在物理相似模型中布置了11条测线,其中,测线5、6、7、8和9位于厚硬岩层中,如图10(a)所示,位移为正值时代表位移方向向下,位移为负值时代表位移方向向上。图10(b)为63±04工作面开挖后各测线竖向位移曲线,由图可得,63±04工作面开采后,各测线整体位移量较小,最大位移出现在测线3和测线4中,对应的最大位移量分别为0.34mm和0.31mm,表明该阶段中顶底板岩层产生了一定的挠曲变形,并且低位顶板的挠曲变形量较大。图10(c)为63±05工作面开挖后各测线竖向位移曲线,由图可得,测线2、3、4、5、6和7的位移量明显增大,对应的最大位移量分别为-2.0、26.6、23.0、17.9、14.5和6.1mm。测线2位于底板岩层中,测线3、4位于低位顶板中,测线5、6位于厚硬岩层底部,测线7位于厚硬岩层中部,结合各测线的位置及位移量可以得出,该阶段中,低位顶板岩层及厚硬岩层底部已发生较剧烈的破断,位移量明显高于其余岩层;厚硬岩层中部开始破断但尚未完全破断,所以位移量相对较小;此外,采空区内部分底板出现隆起现象,位移方向向上。同时可以看到,测线8、9、10和11的位移量较接近,约为1.3mm,测线8、9位于厚硬岩层顶部,测线10、11位于上部岩层中,

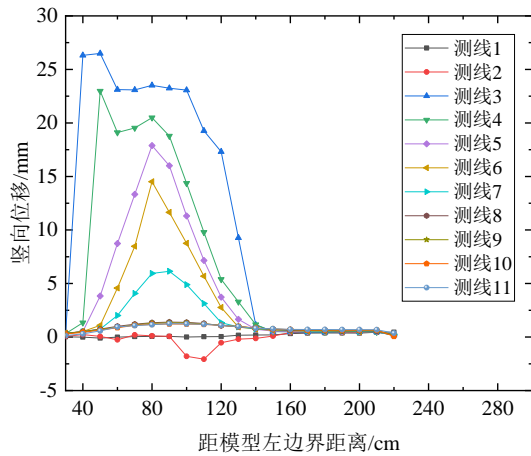
表明厚硬岩层顶部及上部岩层尚未发生破断,仅产生少量的挠曲变形。图10(d)为63±06工作面开挖后各测线竖向位移曲线,由图可知,63±06工作面开采导致新增采空区上方各测点位移量增大,最终形成非对称分布位移曲线,最大位移位于较早形成的采空区一侧,新采空区一侧的位移量相对较小,表明开采引起的岩层变形和位移演化具有时间效应。对比图10(c)和(d)可以发现:(1)63±05工作面开采后,测线3、4、5和6的最大位移量基本未发生变化,表明63±05工作面开采后,上述测线最大位移量已达到峰值,可认为低位顶板岩层及厚硬岩层底部已发生完全破断;(2)63±06工作面开采后,测线7、8、9、10和11的位移量明显增大,对应的最大位移量分别增加至11.5、7.4、5.8、5.0和4.9mm,表明厚硬岩层中部和顶部也发生破断,上部岩层的位移量随着厚硬岩层的破断而显著增大。此外,还有一个现象:少数位于采空区中部测点的位移量小于两侧测点的位移量,如图10(d)所示,推断可能是由于在厚硬岩层破断运移过程中,采空区上方局部区域形成了铰接结构,导致部分测点的位移量相对较小。



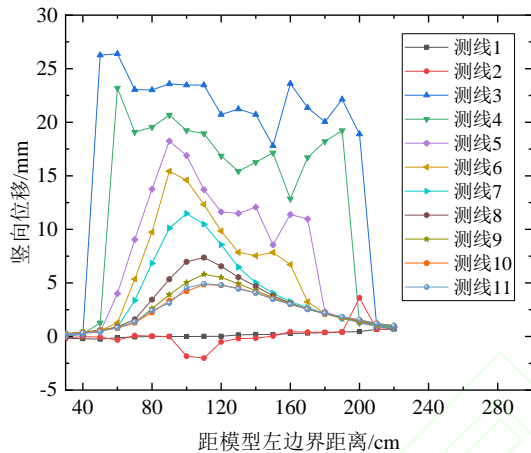
(a) 测线布置



(b) 63±04工作面开挖后



(c) 63 \pm 05 工作面开挖后



(d) 63 \pm 06 工作面开挖后

图 10 工作面开采期间煤岩体变形及位移演化

Fig. 10 Deformation and displacement evolution of coal and rock mass during mining

图 11 为数值模拟得到的工作面开采过程中厚硬岩层底部测点竖直位移变化曲线。如图所示，竖直位移曲线变化可分为三个区段，分别代表厚硬岩层变形-失稳的三个阶段：初次弯曲阶段；快速下沉阶段；慢速下沉阶段，位移变化特征与物理相似模拟试验结果一致。初次弯曲阶段，厚硬岩层未发生破断，竖直位移较小且增幅较小；快速下沉阶段，厚硬岩层产生大量裂隙，岩层迅速向采空区下沉，竖直位移量迅速增加，位移增量最大；慢速下沉阶段，随着采空区面积增大，新增采空区上方的厚硬岩层持续破断、下沉，位移量缓慢增加。上述三个阶段内对应的最大位移量分别是：0.51m、4.72m、5.60m。

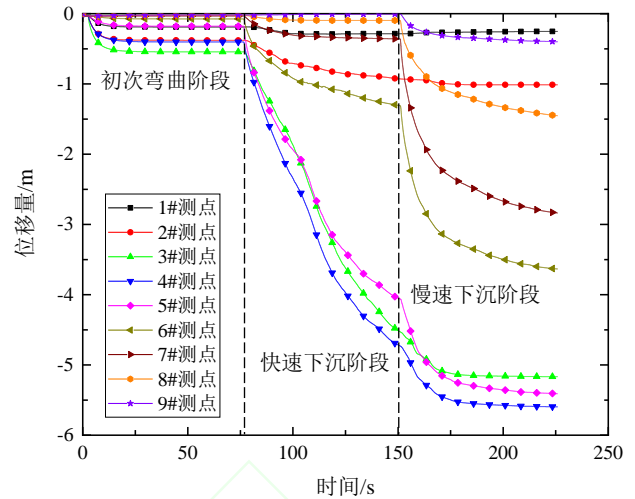


图 11 厚硬岩层底部竖直位移变化曲线

Fig. 11 Vertical displacement variation at the bottom of HETRS

4.4 应力演化

图 12 为煤岩体主应力差矢量图，主应力差是指最大主应力与最小主应力之差，对岩石变形和破坏有重要影响。主应力差矢量图在展现应力差值大小的同时，还能表明其方向，便于更好的判断围岩受力状态。如图 12(a)所示，63 \pm 04 工作面开采后，低位顶板中出现单层应力拱，拱顶位于低位顶板岩层的顶部，左、右拱脚分别位于工作面两侧的实体煤中，主应力差方向为拱的切线方向，并且拱脚处的主应力差值大于拱顶位置。如图 12(b)所示，63 \pm 05 工作面开采后，顶板岩层中出现了两个应力拱，称作双层应力拱，两个应力拱拱顶分别位于低位顶板岩层和厚硬岩层中，主应力差方向均为拱的切线方向。从水平方向看，双层应力拱的拱脚均位于采空区两侧的煤岩体中。在竖直方向上，两个应力拱的拱脚并不在同一区域，与下层应力拱相比，上层应力拱拱脚位置更高。随着顶板的进一步垮落，顶板岩层中出现多层应力拱，如图 12(c)所示，多层应力拱拱顶分别位于低位顶板岩层、厚硬岩层中部以及厚硬岩层顶部，主应力差方向均为拱的切线方向。水平方向上，多层应力拱拱脚均处于采空区两侧未垮落的煤岩体中，竖直方向上，下层、中层、上层应力拱的拱脚位置逐渐升高。随着开采时间增加，低位顶板岩层进一步向采空区冒落，承载结构被破坏，下层应力拱消失，如图 12(d)所示。63 \pm 06 工作面开采后，顶板中仅留有上层应力拱，这是由于采空区范围扩大后，覆岩裂隙向上发育，低位顶板和厚硬岩层中下部均丧失承载能力。同时，也可以看到，采空区内重新压实后，主应力差出现局部应力集中现象，如图 12(e)所示。

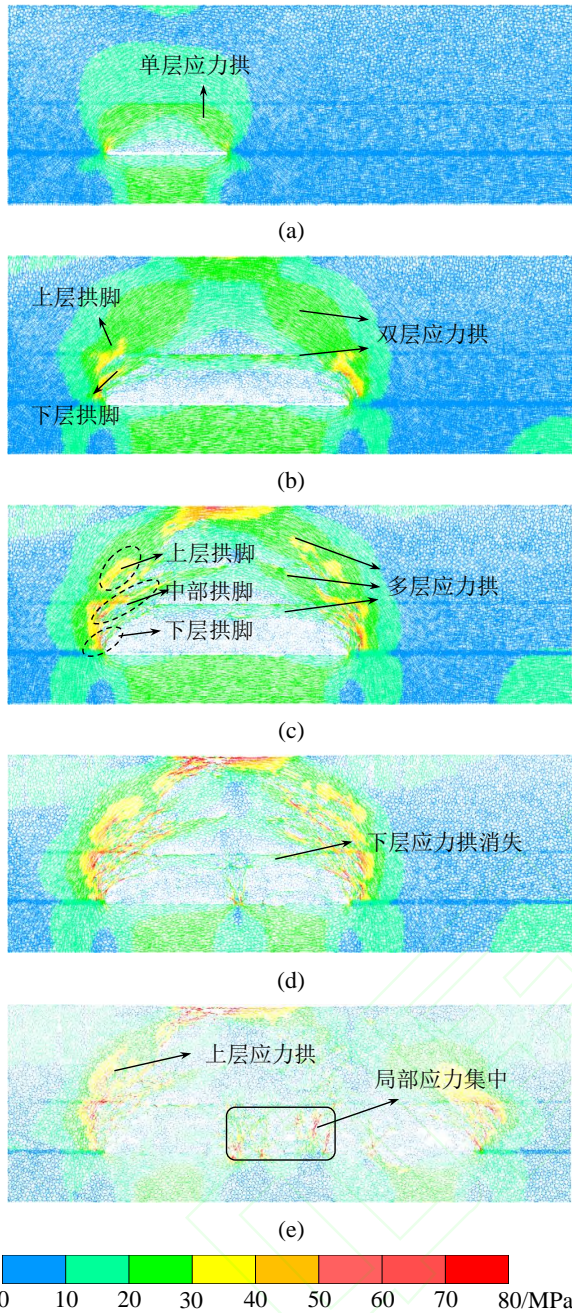
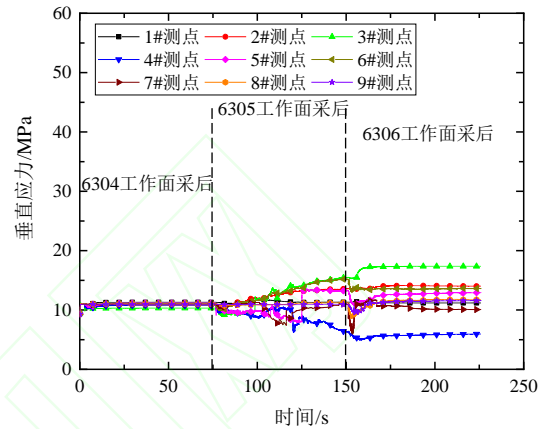


图 12 煤岩体主应力差矢量图

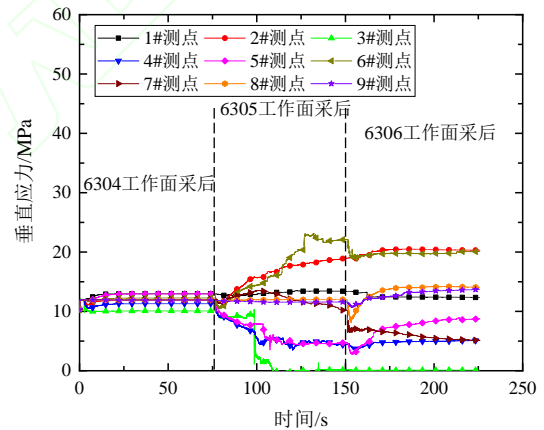
Fig. 12 Vector diagram of principal stress difference in coal and rock mass

图 13 为工作面开采期间厚硬岩层垂直应力变化曲线。由图可知，垂直应力变化过程可分为三个时期：垂直应力扰动期、垂直应力剧烈调整期和垂直应力缓慢调整期。63_±04 工作面开采后，采空区上方厚硬岩层中的垂直应力得到一定程度的释放，3#测点的应力值降低。厚硬岩层上部、中上部、中下部和下部的最大垂直应力分别为：10.3MPa、10.1MPa、8.6MPa、6.6MPa，岩层底部的垂直应力降远大于顶部。63_±05 工作面开采后，厚硬岩层发生初次破断，垂直应力剧烈变化，采空区上覆岩层

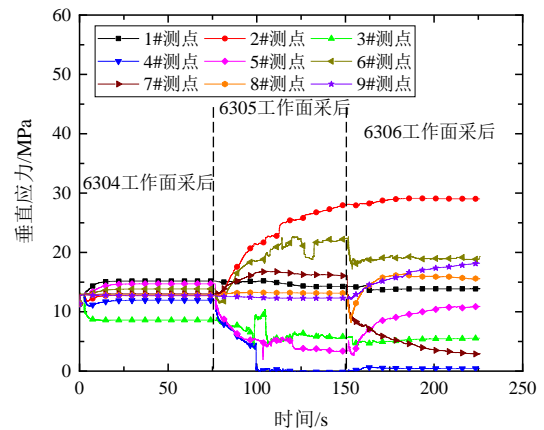
中的垂直应力降低，如 3#、4#、5#测点，厚硬岩层下部的垂直应力以及应力降范围均大于上部，表明底部破断程度高于顶部，卸压效应更加明显。采空区两侧上覆岩层中的垂直应力升高，如 2#、6#测点，厚硬岩层下部垂直应力升高值大于上部，应力集中程度更高。63_±06 工作面开采后，厚硬岩层进入周期破断阶段，垂直应力变化相对平稳，进入缓慢调整期。



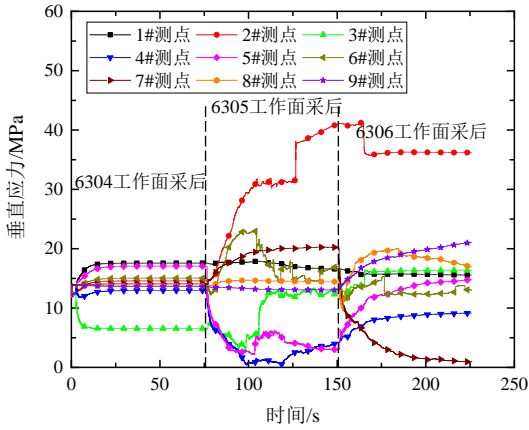
(a) 厚硬岩层上部测点



(b) 厚硬岩层中上部测点



(c) 厚硬岩层中下部测点

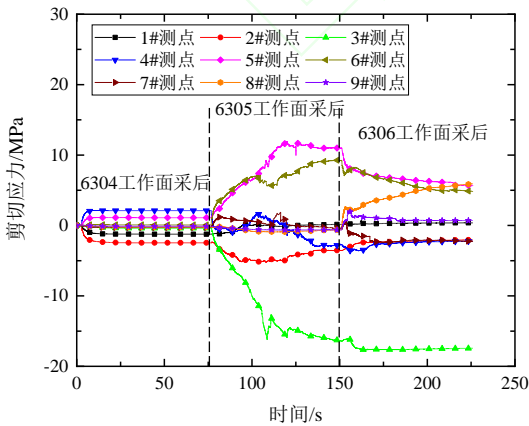


(d) 厚硬岩层下部测点

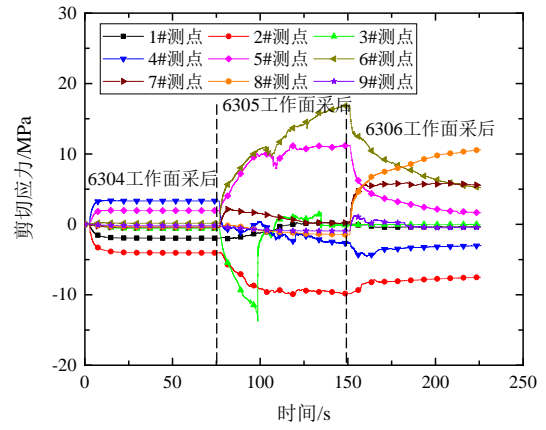
图 13 厚硬岩层垂直应力变化曲线

Fig. 13 Vertical stress variation of HETRS

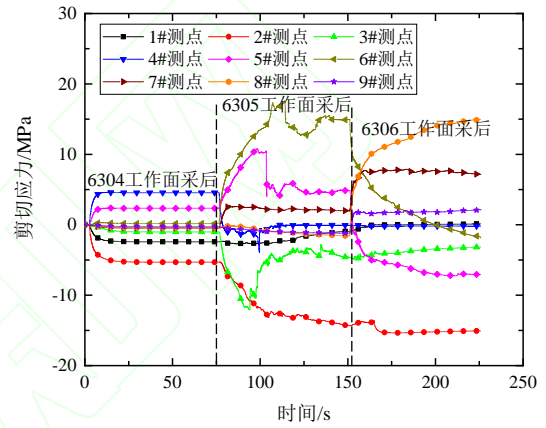
图 14 为工作面开采期间厚硬岩层剪切应力变化曲线，正负值代表不同方向。剪切应力演化同样可分为三个时期：剪切应力扰动期、剪切应力剧烈调整期和剪切应力缓慢调整期。63_上04 工作面开采后，厚硬岩层中的剪切应力受开采扰动发生变化，其中，岩层上部、中上部、中下部和下部的最大剪切应力分别为 2.5MPa、4.0MPa、5.3MPa、6.7MPa，剪切应力峰值从上到下逐渐增大。63_上05 工作面开采后，剪切应力进入剧烈调整期，与垂直应力不同，剪切应力变化明显的测点相对固定，主要有两组，分别是 2#、3#测点和 5#、6#测点，两组测点剪切应力方向不同，但均位于采空区边缘区域，表明采空区两侧岩体剪切应力方向发生偏转，偏转角度大于 90°。应力偏转现象在其他研究中也已经被证实^[43]。63_上06 工作面开采后，8#测点剪切应力值也有明显升高，表明随着采空面积进一步增加，厚硬岩层将沿新增采空区边界形成新的剪应力集中区。



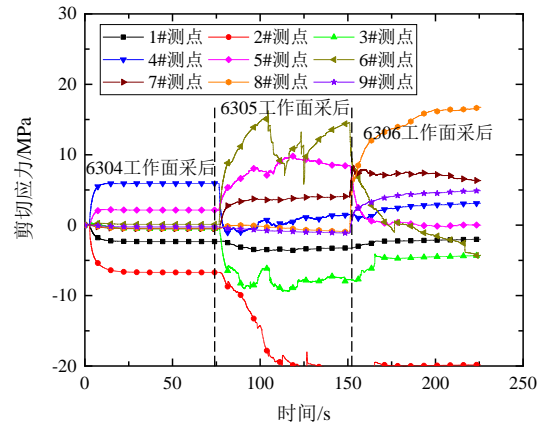
(a) 厚硬岩层上部测点



(b) 厚硬岩层中上部测点



(c) 厚硬岩层中下部测点



(d) 厚硬岩层下部测点

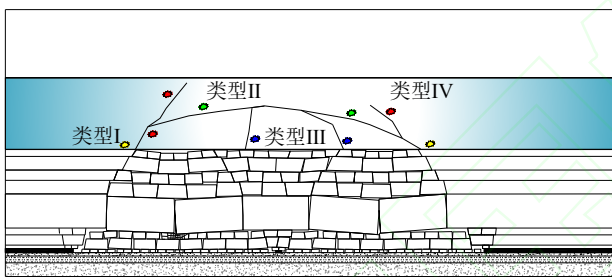
图 14 厚硬岩层剪切应力变化曲线

Fig. 14 Shear stress variation of HETRS

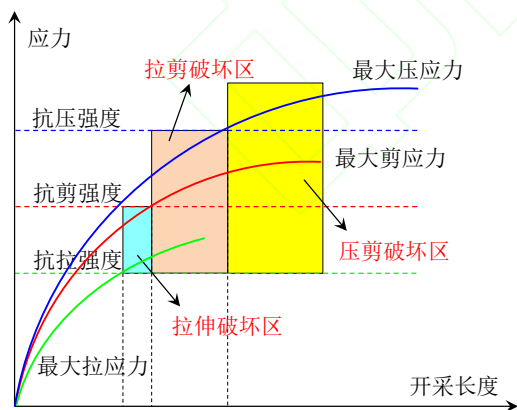
4.5 分层破断诱发矿震机制

基于上述研究结果，可将厚硬岩层破断失效形式分为 4 类，如图 15(a)所示，分别是：①类型 I：层间胶结失效(拉-剪破坏混合，以剪切破坏为主)；②类型 II：层内分层(以拉伸破坏为主)；③类型 III：采空区中部断裂(以拉伸破坏为主)；④类型 IV：采空区边缘断裂(以剪切破坏为主)。

均布载荷作用下,厚硬岩层中性面、上表面和下表面应力分布特征不同。岩层中性面正应力为零,主要受剪应力作用;岩层上表面主要受剪应力和压应力作用,易发生压剪破坏;岩层下表面主要受剪应力和拉应力作用,易发生拉剪破坏。正应力峰值位于厚硬岩层中心区域,于上、下表面分别表现为压应力和拉应力。剪应力峰值位于厚硬岩层四角区域,同一平面内,相邻角点剪应力大小相等、方向相反,上、下表面相同位置的角点剪应力大小相等、方向相反。岩石强度有如下关系:抗拉强度<抗剪强度<抗压强度,如图15(b)所示,随着工作面开采长度增加,厚硬岩层中最大拉应力、最大剪应力和最大压应力逐渐增大,当最大拉应力超出抗拉强度后,岩层发生拉伸破坏,可能诱发拉伸型矿震;当最大拉应力超出抗拉强度且最大剪应力超出抗剪强度后,岩层发生拉伸-剪切混合破坏,可能诱发拉-剪型矿震;当最大剪应力超出抗剪强度且最大压应力超出抗压强度后,岩层发生压缩-剪切混合破坏,可能诱发压-剪型矿震。



(a) 厚硬岩层破断失效形式



(b) 厚硬岩层破断应力准则

图15 厚硬岩层分层破断诱发矿震机制

Fig. 15 Schematic diagram of mining-induced seismicity triggered by layered fracturing of HETRS

尽管所采用的 UDEC 数值模拟较好地再现了巨厚坚硬岩层破断过程,但采场裂隙扩展本质是三维问题,二维数值计算方法存在一定局限性。此外,

需进一步分析岩层强度、厚度、分层性及区段煤柱等对覆岩破断模式的影响,不同类型矿震震动波辐射特征及致灾效应有待深入研究。

5 结论

1)巨厚覆岩型矿震波形分析表明, DB6 小波函数对波形去噪效果较好。覆岩型矿震震动主频大多小于 10 Hz,震动信号的能量在时间和频率域上呈现明显的非平稳特征。震动初期能量分布频带较宽,随后高频成分迅速衰减,能量向低频(0-50Hz)转移。震动能量主要集中于某一有限频带内(0-150Hz),并在短时间内出现显著增强。采用矿震关键层判识方法确定巨厚细砂岩为工作面矿震主控岩层,其空间位置与高能震动事件分布一致。

2)基于 Reissner 中厚板理论,推导了考虑剪切变形的工作面见方期间厚硬岩层力学解析解。理论计算表明,岩层上表面受压应力作用、下表面受拉应力作用,应力峰值均位于岩板中心点;岩层上表面和下表面剪应力峰值分别位于上、下表面四个顶点,投影位置相同时,剪应力大小相等、方向相反;岩层中性面剪应力峰值分别位于四条边界中点,沿工作面倾向与沿工作面走向边界上剪应力方向不同。

3)厚硬岩层并非整体一次破断,内部出现多条近水平裂隙,呈分层破断特征。岩层底部中心区域以拉伸破断为主、采空区边缘区域以剪切破断为主。岩层变形-失稳分为三个阶段:初次弯曲、快速下沉和慢速下沉。对应应力变化的三个时期:扰动期、剧烈调整期和缓慢调整期。岩层破断过程中出现单层、双层甚至多层应力拱结构,拱脚主应力差值大于拱顶。采空区两侧岩体剪切应力发生偏转,偏转角度大于 90° 。

4)厚硬岩层破断失稳可归纳为层间胶结失效、层内分层、采空区中部断裂和采空区边缘断裂 4 种模式,给出了厚硬岩层分层破断诱发矿震的类型和应力准则。

参考文献:

- [1] 窦林名,曹晋荣,曹安业,等.煤矿矿震类型及震动波传播规律研究[J].煤炭科学技术,2021,49(06):23-31.
DOU Linming, CAO Jinrong, CAO Anye, et al. Research on types of coal mine tremor and propagation law of shock waves[J]. Coal Science and Technology, 2021, 49(06): 23-31.

- [2] 齐庆新,陈尚本,王怀新,等.冲击地压、岩爆、矿震的关系及其数值模拟研究[J].岩石力学与工程学报,2003,(11):1852-858.
QI Qingxin, CHEN Shangben, WANG Huaixin, et al. Study on the relations among coal bump, rockburst and mining tremor with numerical simulation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, (11): 1852-1858.
- [3] 姜福兴,魏全德,姚顺利,等.冲击地压防治关键理论与技术分析[J].煤炭科学技术,2013,41(06):6-9.
JIANG Fuxing, WEI Quande, YAO Shunli, et al. Key theory and technical analysis on mine pressure bumping prevention and control [J]. Coal Science and Technology, 2013, 41(06): 6-9.
- [4] 朱建波,马斌文,谢和平,等.煤矿矿震与冲击地压的区别与联系及矿震扰动诱冲初探[J].煤炭学报,2022,47(09):3396-3409.
ZHU Jianbo, MA Binwen, XIE Heping, et al. Differences and connections between mining seismicity and coal bursts in coal mines and preliminary study on coal bursts induced by mining seismicity[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(09): 3396-3409.
- [5] 潘一山,宋义敏,刘军.我国煤矿冲击地压防治的格局、变局和新局[J].岩石力学与工程学报,2023,42(09):2081-2095.
PAN Yishan, SONG Yimin, LIU Jun. pattern, change and new situation of coal mine rockburst prevention and control in China[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2023, 42(09): 2081-2095.
- [6] 贺虎,窦林名,巩思园,等.高构造应力区矿震规律研究[J].中国矿业大学学报,2011,40(01):7-13.
HE Hu, DOU Linming, GONG Siyuan, et al. Study of mining shock in high tectonic stress zones[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2011, 40(01): 7-13.
- [7] 曹安业,窦林名,白贤栖,等.我国煤矿矿震发生机理及治理现状与难题[J].煤炭学报,2023,48(05):1894-1918.
CAO Anye, DOU Linming, BAI Xianqi, et al. State-of-the-art occurrence mechanism and hazard control of mining tremors and their challenges in Chinese coal mines[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(05): 1894-1918.
- [8] 高明仕,赵世帆,席国军,等.重复冲击特厚煤层巷道围岩裂隙演化及破坏特征[J].中国矿业大学学报,2024,53(04):634-646.
GAO Mingshi, ZHAO Shifan, XI Guojun, et al. Fracture evolution and failure characteristics of roadway surrounding rock in extra-thick coal seams subjected to multiple coal bursts[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2024, 53(04): 634-646.
- [9] Fritschen, Ralf. Mining-Induced Seismicity in the Saarland, Germany[J]. Pure and Applied Geophysics, 2009, 167(1-2): 77-89.
- [10] 孟上九,秦艺峰,王淼,等.矿震机理及其次生灾害监测技术研究进展[J].世界地震工程,2024,40(03):103-118.
MENG Shangjiu, QIN Yifeng, WANG Miao, et al. Research progress on mine earthquake mechanism and secondary disaster monitoring technology[J]. World Earthquake Engineering, 2024, 40(03): 103-118.
- [11] 曹晋荣,窦林名,何江,等.急倾斜特厚煤层工作面非对称冲击地压机理[J].采矿与安全工程学报,2023,40(02):334-345.
CAO Jinrong, DOU Linming, HE Jiang, et al. Mechanism of asymmetric coal bursts on the working face in steeply inclined and extra-thick coal seam[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2023, 40(02): 334-345.
- [12] 朱斯陶,刘金海,姜福兴,等.我国煤矿顶板运动型矿震及诱发灾害分类、预测与防控[J].煤炭学报,2022,47(02):807-816.
ZHU Sitao, LIU Jinhai, JIANG Fuxing, et al. Classification, prediction, prevention and control of roof movement-type mine earthquakes and induced disasters in China's coal mines[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(02): 807-816.
- [13] 杨耀,曹安业,刘耀琪,等.联合震源破裂信息反演解析巨厚覆岩强矿震应力触发机制[J].煤炭学报,2025,50(04):2077-2090.
YANG Yao, CAO Anye, LIU Yaoqi, et al. Stress triggering mechanism of strong mine earthquake in huge thick strata revealed by inversion of joint source rupture information[J]. Journal of China Coal Society, 2025, 50(4): 2077-2090.
- [14] 翟新献,赵晓凡,翟俨伟,等.综放开采上覆巨厚砾岩层离层和断裂力学模型及其应用[J].中国矿业大学学报,2023,52(02):241-254.
ZHAI Xinxian, ZHAO Xiaofan, ZHAI Yanwei, et al. Separation and fracturing mechanical models of overlying hugely-thick conglomerate stratum in fully mechanized caving mining and their application[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2023, 52(02): 241-254.

- [15] 曹安业,杨耀,陈凡,等.内蒙古矿区矿震发生特点及防控对策与实践[J].煤炭科学技术,2026,54(1):130-149.
CAO Anye, YANG Yao, CHEN Fan, et al. Characteristics, control strategies, and practices of mining-induced seismicity in Inner Mongolian Mining Areas[J]. Coal Science and Technology, 2026, 54(1): 130-149.
- [16] 王高昂,朱斯陶,姜福兴,等.倾斜厚煤层综放工作面煤柱-关键层结构失稳型矿震机理[J].煤炭学报,2022,47(06):2289-2299.
WANG Gaoang, ZHU Sitao, JIANG Fuxing, et al. Seismic mechanism of coal pillar-key layer structure in fully mechanized caving face of inclined thick coal seam[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(06): 2289-2299.
- [17] 宋义敏,张苑玉,邓文良,等.组合岩梁弯曲变形和能量演化试验研究[J].实验力学,2024,39(04):463-473.
SONG Yimin, ZHANG Yuanyu, DENG Wenliang, et al. Experimental study on bending deformation and energy evolution of composite rock beams[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2024, 39(04): 463-473.
- [18] 张全平,郝英豪,霍永金,等.深部厚覆岩矿井强震震源机制与诱冲能力评估[J].煤炭科学技术,2025,53(03):412-422.
ZHANG Quanping, HAO Yinghao, HUO Yongjin, et al. Evaluation of focal mechanism and inducing burst ability of large energy mine earthquakes in deep thick overburden mine[J]. Coal Science and Technology, 2025, 53(03): 412-422.
- [19] 郑凯歌,袁亮,张平松,等.复合关键层厚硬顶板诱冲机制与防治技术模式[J].煤田地质与勘探,2024,52(10):14-24.
ZHENG Kaige, YUAN Liang, ZHANG Pingsong, et al. Rock bursts induced by thick-hard roof with compound key strata: Mechanisms and technical modes for prevention[J]. Coal Geology & Exploration, 2024, 52(10): 14-24.
- [20] 张广超,张广有,周广磊,等.多工作面连续开采地表沉降与强矿震联动响应规律[J].采矿与岩层控制工程学报,2024,6(01):117-130.
ZHANG Guangchao, ZHANG Guangyou, ZHOU Guanglei, et al. The linking response law of surface subsidence and strong mine earthquake in continuous mining of multiple working faces[J]. Journal of Mining and Strata Control Engineering, 2024, 6(01): 117-130.
- [21] 徐学锋,窦林名,曹安业,等.覆岩结构对冲击地压的影响及其微震监测[J].采矿与安全工程学报,2011,28(01):11-15.
XU Xuefeng, DOU Linming, CAO Anye, et al. Effect of overlying strata structures on rock burst and micro-seismic monitoring analysis[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2011, 28(01): 11-15.
- [22] 姜福兴,张兴民,杨淑华,等.长壁采场覆岩空间结构探讨[J].岩石力学与工程学报,2006,(05):979-984.
JIANG Fuxing, ZHANG Xingmin, YANG Shuhua, et al. Discussion on overlying strata spatial structures of longwall in coal mine[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, (05): 979-984.
- [23] 姜福兴.采场覆岩空间结构观点及其应用研究[J].采矿与安全工程学报,2006,(01):30-33.
JIANG Fuxing. View point of spatial structures of overlying strata and its application in coal mine[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2006, (01): 30-33.
- [24] 成云海,姜福兴,张兴民,等.微震监测揭示的C型采场空间结构及应力场[J].岩石力学与工程学报,2007,(01):102-107.
CHENG Yunhai, JIANG Fuxing, ZHANG Xingmin, et al. C-shaped spatial structure of stope and stress field revealed by microseismic monitoring[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, (01): 102-107.
- [25] 王书文,智宝岩,杜涛涛,等.厚硬顶板潜在矿震风险地面压裂预控技术[J].煤炭科学技术,2023,51(11):1-11.
WANG Shuwen, ZHI Baoyan, DU Taotao, et al. Ground fracturing pre-control technology for potential mine seismic risk of thick and hard roof[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(11): 1-11.
- [26] 高明仕,徐东,贺永亮,等.厚硬顶板覆岩冲击矿震影响的远近场效应研究[J].采矿与安全工程学报,2022,39(02):215-226.
GAO Mingshi, XU Dong, HE Yongliang, et al. Investigation on the near-far field effect of rock burst subject to the breakage of thick and hard overburden[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2022, 39(02): 215-226.
- [27] 罗生虎,闫壮壮,解盘石,等.基于结构动力学理论的矿震机理分析[J].煤炭学报,2025,50(06):2881-2891.
LUO Shenghu, YAN Zhuangzhuang, XIE Panshi, et al. Analysis of mining earthquakes mechanism based on structural dynamics theory[J]. Journal of China Coal Society, 2025, 50(06): 2881-2891.
- [28] 杨耀,曹安业,白贤栖,等.深井巨厚覆岩邻空采动强矿震孕育发生机理[J].煤炭科学技术,2023,51(12):220-231.
YANG Yao, CAO Anye, BAI Xianqi, et al. Occurrence

- mechanism of strong mining tremors under mining near goaf in deep mine with extremely thick strata[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(12): 220-231.
- [29] 蒋金泉,张培鹏,聂礼生,等.高位硬厚岩层破断规律及其动力响应分析[J]. *岩石力学与工程学报*,2014,33(07):1366-1374.
JIANG Jinquan, ZHANG Peipeng, NIE Lisheng, et al. Fracturing and dynamic response of high and thick stratas of hard rocks[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(07): 1366-1374.
- [30] 秦广鹏,蒋金泉,张培鹏,等.硬厚岩层破断机理薄板分析及控制技术[J]. *采矿与安全工程学报*,2014,31(05):726-732.
QIN Guangpeng, JIANG Jinquan, ZHANG Peipeng, et al. Thin plate analysis of hard thick strata failure mechanism and its control technology[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2014, 31(05): 726-732.
- [31] 杨胜利,王家臣,李良晖.基于中厚板理论的关键岩层变形及破断特征研究[J].*煤炭学报*,2020,45(08):2718-2727.
YANG Shengli, WANG Jiachen, LI Lianghui. Analysis of deformation and fracture characteristics of key strata based on the medium thick plate theory[J]. *Journal of China Coal Society*, 2020, 45(08): 2718-2727.
- [32] 左建平,于美鲁,孙运江,等.不同厚度岩层破断模式转变机理及力学模型分析[J].*煤炭学报*,2023,48(04):1449-1463.
ZUO Jianping, YU Meilu, SUN Yunjiang, et al. Analysis of fracture mode transformation mechanism and mechanical model of rock strata with different thicknesses[J]. *Journal of China Coal Society*, 2023, 48(04): 1449-1463.
- [33] 路洋波,闫少宏,周坤友,等.大采高全宽工作面厚硬顶板迁移破断量化与控制[J]. *中国矿业大学学报*,2025,54(04):754-769.
LU Yangbo, YAN Shaohong, ZHOU Kunyou, et al. Migration fracture quantification and control of thick-hard roof in full-width working face with large mining height[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2025, 54(04): 754-769.
- [34] 张明,姜福兴,陈广尧,等.基于厚硬岩层运动状态的采场应力转移模型及其应用[J]. *岩石力学与工程学报*,2020,39(07):1396-1407.
ZHANG Ming, JIANG Fuxing, CHEN Guangyao, et al. A stoppe stress transfer model based on the motion state of thick and hard rock strata and its application[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2020, 39(07): 1396-1407.
- [35] 邹俊鹏,周祝,焦玉勇,等.深部采煤诱发矿震的覆岩关键层破断特征研究[J]. *岩石力学与工程学报*,2024,43(S1):3140-3150.
ZOU Junpeng, ZHOU Zhu, JIAO Yuyong, et al. Study on the fracture characteristics of overlying key strata related to the seismicity under deep coal mining[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2024, 43(S1): 3140-3150.
- [36] 林韩祥,冯雪峰,张强勇,等.高位厚硬岩层破断力学机制分析[J].*岩土力学*,2025,46(04):1264-1277.
LIN Hanxiang, FENG Xuefeng, ZHANG Qiangyong, et al. Mechanical mechanism of the fracture of high thick-and-hard overburden strata[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2025, 46(04): 1264-1277.
- [37] 张广超,曲治,孟祥军,等.远场高位厚硬岩层破断运动机理及响应规律研究[J].*煤炭科学技术*,2023,51(11):12-22.
ZHANG Guangchao, QU Zhi, MENG Xiangjun, et al. Study on mechanism and response of fracture and movement of the far-field high-position hard-and-hick stratum[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(11): 12-22.
- [38] 白贤栖,曹安业,杨耀,等.高位巨厚覆岩运移规律及矿震触发机制研究[J].*煤炭科学技术*,2023,51(03):10-20.
BAI Xianqi, CAO Anye, YANG Yao, et al. Study on movement law of extremely thick strata and triggering mechanism of mine earthquakes[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(03): 10-20.
- [39] 曹晋荣.巨厚覆岩型矿震发生机理与致灾机制研究[D].徐州:中国矿业大学,2023.
CAO Jinrong. Research on the mining-induced seismicity caused by extra-thick overlying stratum and the hazards triggering mechanism[D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 2023.
- [40] 窦林名,曹晋荣,曹安业,等.煤矿覆岩矿震关键层及其破断释能机制[J].*煤炭学报*,2025,50(01):180-192.
DOU Linming, CAO Jinrong, CAO Anye, et al. Key strata of mining-induced seismicity in overburden rocks in coal mines and the energy-releasing mechanism of its fracture[J]. *Journal of China Coal Society*, 2025, 50(01): 180-192.
- [41] 钱鸣高,缪协兴,许家林.岩层控制中的关键层理论研究[J].*煤炭学报*,1996,21(3):225-230.
QIAN Minggao, MIAO Xiexing, XU Jialin. Theoretical

study of key stratum in ground control[J]. Journal of China Coal Society, 1996, 21(3): 225–230.

[42] Gao FQ, Stead D. The application of a modified Voronoi logic to brittle fracture modelling at the laboratory and field scale[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2014, 68:1-14.

[43] 王家臣,王兆会,杨杰,等.千米深井超长工作面采动应力旋转特征及应用[J].煤炭学报,2020,45(03):876-888.
WANG Jiachen, WANG Zhaohui, YANG Jie, et al. Mining-induced stress rotation and its application in longwall face with large length in kilometer deep coal mine[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(03): 876-888.

