



煤炭学报  
Journal of China Coal Society  
ISSN 0253-9993, CN 11-2190/TD

## 《煤炭学报》网络首发论文

题目：冲击地压的煤岩动力学物理模拟相似原理  
作者：窦林名，阚梓豪，曹安业，鞠明和，王桂峰，何江，康建宏，黄传甫，马衍坤，王恩元，王汉鹏，张志镇，闫晨龙，李浩丙，南天琦，彭程阳，简磊磊  
DOI：10.13225/j.cnki.jccs.2025.1237  
网络首发日期：2025-11-26  
引用格式：窦林名，阚梓豪，曹安业，鞠明和，王桂峰，何江，康建宏，黄传甫，马衍坤，王恩元，王汉鹏，张志镇，闫晨龙，李浩丙，南天琦，彭程阳，简磊磊. 冲击地压的煤岩动力学物理模拟相似原理[J/OL]. 煤炭学报. <https://doi.org/10.13225/j.cnki.jccs.2025.1237>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi:10.13225/j.cnki.jccs.2025.1237

## 冲击地压的煤岩动力学物理模拟相似原理

窦林名<sup>1,2</sup> 阚梓豪<sup>1,2</sup> 曹安业<sup>1,2</sup> 鞠明和<sup>3</sup> 王桂峰<sup>1,2</sup> 何江<sup>1,2</sup> 康建宏<sup>4</sup> 黄传甫<sup>5</sup> 马衍坤<sup>6</sup> 王恩元<sup>4</sup> 王汉鹏<sup>7,8</sup> 张志镇<sup>3,9</sup> 闫晨龙<sup>1,2</sup> 李浩丙<sup>1,2</sup> 南天琦<sup>1,2</sup> 彭程阳<sup>4</sup> 简磊磊<sup>1,2</sup>

(1. 中国矿业大学 矿业工程学院, 江苏 徐州 221116; 2. 中国矿业大学 江苏省矿震监测工程实验室, 江苏 徐州 221116; 3. 中国矿业大学 深地工程智能建造与健康运维全国重点实验室, 江苏 徐州 221116; 4. 中国矿业大学 安全工程学院, 江苏 徐州 221116; 5. 中国矿业大学 材料与物理学院, 江苏 徐州 221116; 6. 安徽理工大学 煤矿安全高效开采省部共建教育部重点实验室, 安徽 淮南 232001; 7. 山东大学 隧道工程灾变防控与智能建养全国重点实验室, 山东 济南 250061; 8. 山东大学 齐鲁交通学院, 山东 济南 250061; 9. 中国矿业大学 力学与土木工程学院, 江苏 徐州 221116)

**摘要:** 冲击地压是一种在动、静载荷叠加作用下发生的突发性动力灾害, 具有破坏过程剧烈、能量释放集中、发生机制复杂等特点, 对矿井安全生产构成严重威胁。为在实验室中真实再现冲击地压的破坏过程并揭示其动力学本质, 现有静力学相似原理的物理模拟方法难以全面揭示冲击地压的动力学特征。为此, 以冲击地压的动力致灾机理为研究对象, 提出了一种以加速度相似比为核心的煤岩动力学相似准则体系, 旨在构建可真实反映冲击地压动力学响应特征的物理模拟理论框架。通过量纲分析的方法, 对冲击地压过程中的关键指标进行了系统分析。以加速度相似比作为核心控制参数, 推导建立了冲击地压动力学相似准则的理论方程组, 构建了包含应力相似比、弹性模量相似比、时间相似比及应变率相似比在内的动力学相似准则系数体系。通过引入动力学相似准则系数, 分析了其与各相似比之间的耦合关系与约束条件, 形成了物理模型的冲击倾向性相似判据体系。结合相似理论推导结果, 对不同几何相似比条件下的模型强度曲线演化规律进行了归纳分析, 明确了动力学相似准则的适用范围与参数取值区间。研究表明动力学相似准则系数是控制动力学相似关系的关键参数, 其取值直接决定模型惯性响应与能量传递的相似性, 确定了动力学相似准则适用的最优几何相似比与物理模型的波速相似比。提出的冲击地压煤岩动力学相似原理, 突破了传统静力学相似理论的局限, 实现了对惯性效应和能量释放行为的量化描述, 为冲击地压动力学物理模拟实验提供了可操作的理论依据。

**关键词:** 冲击地压; 相似准则; 物理模型; 动力学; 相似模拟

**中图分类号:** TD324

## Physical Similarity Principles of Coal-Rock Dynamics Simulation for Coal

### Burst

DOU Linming<sup>1,2</sup>, KAN Zihao<sup>1,2</sup>, CAO Anye<sup>1,2</sup>, JU Minghe<sup>3</sup>, WANG Guifeng<sup>1,2</sup>, HE Jiang<sup>1,2</sup>, KANG Jianhong<sup>4</sup>, HUANG Chuanfu<sup>5</sup>, MA Yankun<sup>6</sup>, WANG Enyuan<sup>4</sup>, WANG Hanpeng<sup>7,8</sup>, ZHANG Zhizhen<sup>3,9</sup>, YAN Chenlong<sup>1,2</sup>, LI Haobing<sup>1,2</sup>, NAN Tianqi<sup>1,2</sup>, PENG Chengyang<sup>4</sup>, JIAN Leilei<sup>1,2</sup>

(1. School of Mines, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 2. Jiangsu Engineering Laboratory of Mine Earthquake Monitoring and Prevention, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 3. State Key Laboratory of Intelligent Construction and Healthy Operation & Maintenance of Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 4. School of Safety Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 5. School of Materials Science and Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 6. School of Materials Science and Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 7. School of Materials Science and Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 8. School of Materials Science and Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 9. School of Materials Science and Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

基金项目: 1) 国家自然科学基金重大科研仪器研制项目(52227901); 2) 国家重点研发计划课题(2022YFC3004603); 3) 江苏省国际科技合作/港澳台科技合作计划(重点国别产业技术研发合作项目)(BZ2024024)

作者简介: 窦林名(1963—), 男, 青海平安人, 教授, 博士生导师, 博士。E-mail: lmdou@126.com

Technology, Xuzhou 221116, China; 6. Key Laboratory of Safe and Efficient Coal Mining, Ministry of Education, Anhui University of Science and Technology, Huainan, 232001, China; 7. State Key Laboratory for Tunnel Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 8. School of Qilu Transportation, Shandong University, Jinan 250061, China; 9. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

**Abstract:** Coal burst is a sudden dynamic disaster that occurs under the superposition of dynamic and static loads, characterized by a violent failure process, concentrated energy release, and complex occurrence mechanism, posing a serious threat to mine safety. To reproduce the failure process of coal burst and reveal its dynamic essence in laboratory conditions, conventional physical simulation methods based on static similarity principles are inadequate to fully capture its dynamic characteristics. Therefore, taking the dynamic disaster mechanism of coal burst as the research object, this study proposes a coal–rock dynamic similarity criterion system with the acceleration similarity ratio as the core parameter, aiming to establish a theoretical framework for physical simulation that can realistically reflect the dynamic response characteristics of coal burst. Through dimensional analysis, the key parameters involved in the coal burst process were systematically analyzed. Using the acceleration similarity ratio as the primary control parameter, a theoretical equation set of dynamic similarity criteria for coal burst was derived, and a system of dynamic similarity coefficients was constructed, including the stress similarity ratio, elastic modulus similarity ratio, time similarity ratio, and strain rate similarity ratio. By introducing the dynamic similarity coefficient, the coupling relationships and constraint conditions among various similarity ratios were analyzed, and a similarity criterion system describing the impact tendency of physical models was established. Furthermore, based on the derived theoretical relationships, the evolution laws of model strength curves under different geometric similarity ratios were summarized, and the applicable range and parameter intervals of the dynamic similarity criteria were clarified. The results show that the dynamic similarity coefficient is the key parameter governing dynamic similarity relationships, and its value directly determines the similarity of inertia response and energy transfer between the model and the prototype. The optimal geometric similarity ratio and wave velocity similarity ratio for the dynamic similarity criteria were determined. The proposed coal–rock dynamic similarity principle for coal burst breaks through the limitations of traditional static similarity theory, achieves quantitative characterization of inertia effects and energy release behavior, and provides an operable theoretical basis for dynamic physical simulation experiments of coal burst.

**Keywords:** Coal burst; Similarity criteria; Physical model; Dynamics; Similar simulation

冲击地压是一种极为复杂的动力致灾现象,其危害十分严重<sup>[1-4]</sup>。为了在实验室条件下再现冲击地压过程,研究人员通常采用物理模拟的方法对其进行重构<sup>[5-7]</sup>。在开展物理模拟研究之前,必须首先解决冲击地压模拟所需的相似准则问题。目前,相关研究主要在传统静力学相似准则框架内开展。该准则包括几何相似、时间相似和动力(应力)相似<sup>[8-10]</sup>,主要依据几何、力学及材料属性之间的静态关系确定模型参数。通过设定几何相似比和密度相似比等基本量,进一步推导出应力、弹性模量、时间等关键物理量的相似关系。据此构建了深部冲击煤层的相似模型体系,并进行了多工况下的物理模拟试验<sup>[11-14]</sup>。这些研究对揭示煤岩体在深部静载条件下的破坏形态、裂隙扩展及应力转移机制等发挥了重要作用。

近年来,部分学者在传统静力学相似框架的基

础上尝试引入能量相似比或冲击扰动参数,以增强对冲击地压动态特征的描述。在试验中施加外部扰动能量并观察材料的冲击响应,这类工作在一定程度上拓宽了物理模拟试验的动态适应性,使模型具备了部分冲击现象与特征<sup>[15-18]</sup>。

然而,冲击地压本质上是一种由高应变率和强动态扰动驱动的突发性动力灾害,其演化过程不仅涉及应力状态的剧烈变化,还伴随显著的惯性效应与能量瞬时释放<sup>[19-21]</sup>。因此,仅依赖静力学相似准则难以全面再现冲击地压的动态演化特征,尤其在模拟煤岩体破坏速度、冲击响应时间及应变破坏行为等方面存在较大局限性。

鉴于此,需要一种能够准确模拟出冲击地压动力学现象的相似原理。本研究分析了静力学相似准则在再现冲击地压动态过程中的局限性,并结合煤岩冲击破坏的动力学特征进行了深入探讨。在此基

基础上,采用量纲分析方法,对动态破坏时间、动载应力、弹性模量和动载应变率等关键动力学参数进行了相似比推导,提出了以加速度相似比为核心的动力学相似准则系数,并分析了其取值范围及影响因素。通过构建的动力学相似理论体系,为实验室中真实模拟冲击地压等动力灾害发生过程提供了更加可靠的理论依据和方法支撑。

## 1 煤岩动力学相似准则的建立

### 1.1 静力学相似理论的不足

#### 1.1.1 静力学相似准则

在物理场处于静载荷作用下、材料表现为线性弹性行为的条件下,静力学相似可以等同于弹性力学相似。此时系统不涉及惯性力或时间变量,所有控制方程均满足静力平衡条件,应力与应变之间呈线性关系,且位移分布符合胡克定律。由于弹性力学本质上描述的是材料在弹性阶段的静态响应,因此在这种典型的静态线弹性问题中,静力学相似准则和弹性力学相似准则所导出的相似比关系(如应力比、应变比、位移比、弹性模量比)是一致的,模型与原型的物理响应在形态与比例上完全对应<sup>[11]</sup>。因此,在满足上述条件时,静力学相似与弹性力学相似可视为等价,可互换使用。

在弹性力学中<sup>[22]</sup>,由平衡方程、几何方程、物理方程三个方面的 15 个方程中消去应力分量和变形分量,可得出下列只包含位移分量的方程,如式(1):

$$\begin{cases} G\nabla^2 u + (\lambda + G) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial x} + X = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ G\nabla^2 v + (\lambda + G) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial y} + Y = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ G\nabla^2 w + (\lambda + G) \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial z} + Z = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子符号;  $G$  为剪切弹性模数,  $\lambda$  为拉梅第一常数;  $t$  为拉梅第二常数;  $\varepsilon_v$  为体积应变;  $X, Y, Z$  为体积力;  $\rho$  为密度;  $u, v, w$  为位移;  $t$  为时间。

各参数之间的关系如式(2) - (6) 所示:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$t = G \quad (3)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (5)$$

$$\varepsilon_v = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (6)$$

式中:  $E$  为弹性模量。

上述方程对原型和模型均适用。

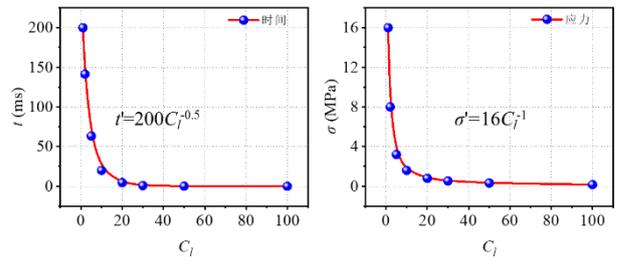
将式(1)-(6)的参数通过相似比的形式表示,如式(7)。

$$\begin{cases} G = C_G G'; E = C_E E'; x = C_l x'; \\ \lambda = C_\lambda \lambda'; \mu = C_\mu \mu'; \varepsilon_v = C_\varepsilon \varepsilon_v'; \\ u = C_u u'; X = C_X X'; \rho = C_\rho \rho'; t = C_t t' \end{cases} \quad (7)$$

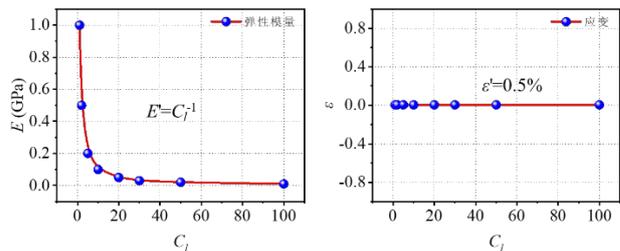
将式(7)带入式(1) - (6) 经过计算可得到静力学相似准则,如式(8)所示<sup>[11]</sup>。

$$\begin{cases} C_\varepsilon = 1 \\ C_t = \sqrt{C_l} \\ C_E = C_\sigma = C_\rho C_l \end{cases} \quad (8)$$

基于静力学相似性准则,为煤原型相似参数赋值,通过计算获得模型物理参数,分析模型参数在几何相似比影响下的变化趋势。原型物理参数设置:破坏时间 200ms,应力 16MPa,弹性模量 1GPa,应变 0.5%。如图 1 所示为模型参数在几何相似比影响下的变化趋势,时间、应力和弹性模量均与几何相似比呈反比关系。以几何相似比为 20 作为边界,在 0-20 范围内,这些模型参数显著降低;当几何相似比超过 20 时,模型参数的下降速度减缓,另外,几何相似比不影响应变。



(a) 时间 (b) 应力



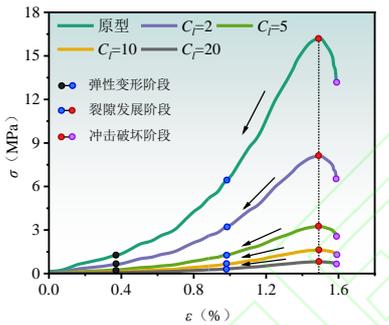
(c) 弹性模量(d) 应变

图1 模型参数与几何相似比的关系

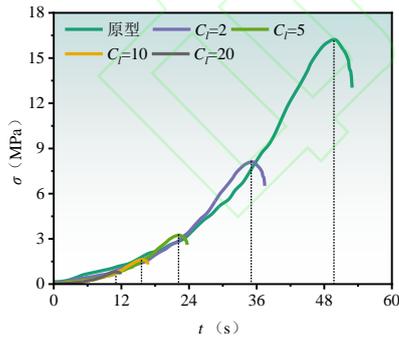
Fig.1 Relationship between model parameters and  $C_l$

1.1.2 静力学相似准则的不足

图2为强冲击倾向性煤的单轴抗压强度的应力-应变曲线, 应力-时间曲线与静力学相似准则下模型的应力-应变曲线, 应力-时间曲线。由图可知, 模型的应力-应变曲线严格按照静力学相似准则的要求发生变化, 应力按照几何相似比与密度相似比的乘积进行缩减, 而应变则与原型保持一致。这一特征导致模型在弹性变形阶段、裂隙扩展阶段以及冲击破坏阶段的弹性模量均出现不同程度的减小。由于弹性模量是表征试样脆性的重要指标, 因而静力学相似准则下模型的脆性逐渐减弱。这意味着模型在受载过程中更倾向于表现出延性特征, 难以充分体现原型的脆性破坏行为。在模拟冲击地压等动力灾害时, 模型的破坏程度相应降低, 难以真实再现原型的冲击破坏特征。



(a) 应力-应变曲线



(b) 应力-时间曲线

图2 静力学下的模型曲线

Fig.2 Model curve under static similarity criterion

将原型参数按照强冲击倾向性特性进行赋值后, 可依据静力学相似准则计算得到模型的各项参数。具体计算结果如表1所示, 本次计算取密度相似比为1。表1中的模型各项参数也说明了静力学相似准则下模型的脆性程度逐渐降低的特性。

表1 基于静力学相似准则的模型参数

Table 1 Model parameters under the static similarity criterion

几何相似比	单轴抗压强度 $\sigma_c$ (MPa)	动态破坏时间 $DT$	冲击能量指数 $K_E$	弹性模量 (GPa)
$C_l=1$	16.0	200	5	1.06
$C_l=2$	8.0	141.6	5	0.53
$C_l=5$	3.2	89.6	5	0.212
$C_l=10$	1.6	63.2	5	0.106
$C_l=20$	0.8	44.8	5	0.053

此外, 应用数值模拟的方法对上述问题进行进一步验证。根据静力学相似准则的数值模拟研究表明<sup>[23-24]</sup>, 经典的静力学相似准则无法在几何比缩小的情况下, 模拟出冲击破坏特征, 模拟试样的尺寸设置为图3(a), 具体的模拟云图如图3(b)所示。

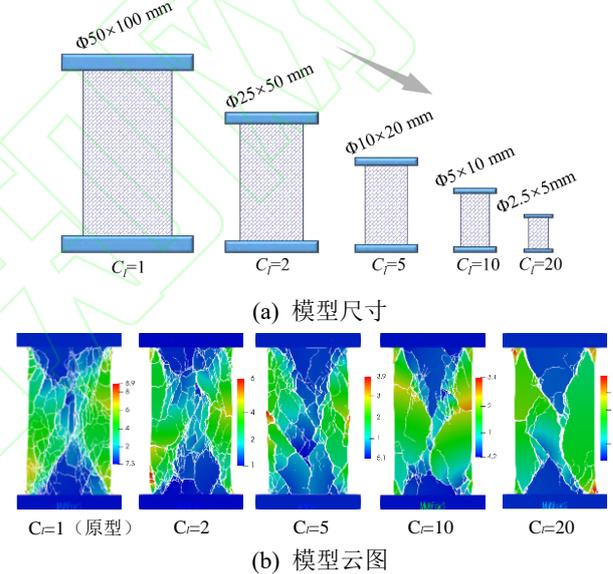


图3 模型的静力学相似准则数值验证<sup>[23-24]</sup>

Fig.3 Numerical simulation of static similarity criteria for models

模拟结果见表2。应力随几何相似比的增大逐渐降低, 而应变基本保持不变, 整体符合静力学状态下的相似准则。然而, 从模型的冲击能指数( $K_E$ )和碎块的最大冲击速度( $v$ )变化趋势来看, 随着几何相似比的增大, 这两项指标逐渐减小, 冲击能指数下降约15%, 碎块冲击速度至  $C_l = 20$ 时下降约72%说明模型的冲击倾向性显著下降。这一现象表明, 尽管应力-应变响应符合静力学准则, 但在冲击能量释放及运动特征方面, 模型无法有效反映原型煤体的动力学行为。究其原因, 现有的静力学相似理论未能考虑冲击过程的高应变率效应、惯性力影响以及能量积聚与突然释放等关键因素, 导致模拟中缺乏对动力学参数的描述与控制。并且随着几何相似比的增加, 模型应变不变, 单轴抗压强度减小,

导致弹性模量逐渐减小，模型无法模拟出原型的脆性特征，物理模型也无法还原出原型的冲击倾向性与破坏现象。

表 2 基于静力学相似的数值模拟结果

Table 2 Numerical results based on static similarity criterion.

几何相似比	弹性模量 (GPa)	冲击能量指数 $K_E$	单轴抗压强度 $R_c$ (MPa)	碎块最大冲击速度 $v$ (m/s)	冲击倾向性
$C_l=1$	4	9.30	16.26	8.9	降 低
$C_l=2$	2	8.12	8.17	6.5	
$C_l=5$	0.8	7.98	3.90	4.2	
$C_l=10$	0.4	7.83	1.62	3.1	
$C_l=20$	0.2	7.90	1.10	2.5	

上述分析表明，尽管各试样在静载条件下的应力-应变响应满足静力学相似准则，但模型对冲击能释放能力和动态响应特征的重现能力明显不足，不能真实反映煤岩体在冲击地压过程的动力学行为。单一静力学相似准则无法描述冲击地压中涉及的应变率加载、能量突然释放和惯性作用等关键动力过程。因此，有必要引入反映动力响应特征的相似控制变量，构建包含动载应力、动态破坏时间、弹性模量等物理参数的动力学相似准则，以提升模型在模拟冲击灾变过程中的准确性和适用性。接下来将基于冲击倾向性煤岩体破坏的动力学特征，进一步推导和建立动力学相似准则体系。

### 1.2 煤岩冲击破坏动力特征

静力学相似准则主要适用于稳态加载条件下的力学过程，能够较好地描述地下结构在静载作用下的应力分布与变形规律。然而，冲击地压是一种典型的强扰动、强非线性、能量突然释放的动力灾变行为，过程具有明显的瞬态性和高应变率特征，显然超出了静力学准则的适用范围。因此，静力学相似准则本身并不能准确反映冲击地压的动力响应特征，在模拟中存在较大偏差。然而，静力学准则中所涉及的几何相似、边界条件设置、初始应力状态等基本框架，仍可为构建冲击地压的煤岩的动力学相似准则提供理论基础和参数选取的参考，有助于实现从静态状态向动态演化过程的合理过渡。

冲击地压是一种动静载叠加作用下产生的动力致灾显现。因此式 (9) 为矿震诱发冲击地压的条件，动静载叠加原理如图 4 所示。

$$\sigma_j + \sigma_d \geq \sigma_{bmin} \quad (9)$$

式中： $\sigma_j$  为煤岩体中的静载荷； $\sigma_d$  为矿震在煤岩体中诱发的动载荷； $\sigma_{bmin}$  为发生冲击矿压时的临界应

力。

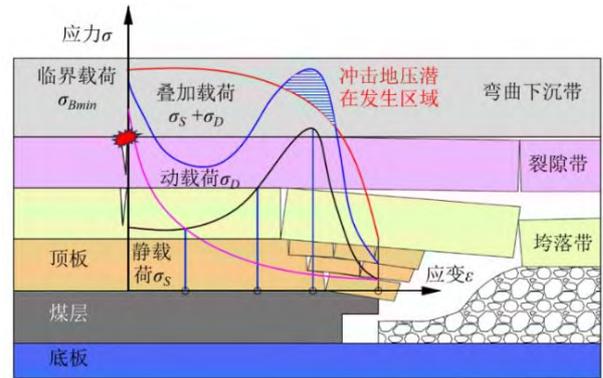


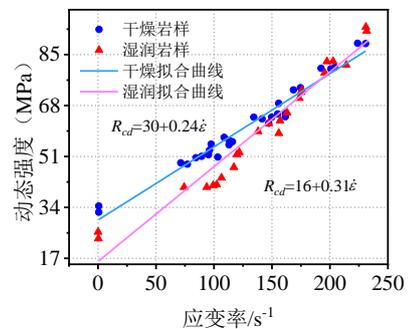
图 4 动静载叠加原理<sup>[1-2]</sup>

Fig.4 Principle of superposition of dynamic and static loads

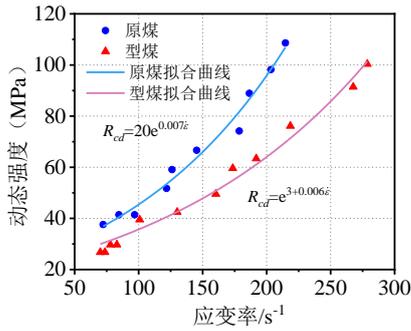
冲击全过程力能作用原理为：(1) 矿震诱发冲击的孕育与致灾过程是动静载叠加作用的结果。(2) 矿震诱发冲击的孕育与致灾过程是煤岩体内能量聚集、耗散与释放的结果<sup>[25-27]</sup>。

动载是承载原型与模型相似关系的关键。在深部开采煤岩并重新获取应力平衡的过程中，围岩支承压力升高，并随着工作面的推进存在应力转移现象，并伴随着围岩结构变形，出现应力集中的现象，当应力超过煤岩强度时，煤岩结构发生破坏，并释放储存的弹性能，释放的弹性能将以应力波的形式传播，在应力波的传播过程，对传播介质产生扰动形成动载。在相似模拟实验，对施加的动载及弹性波进行模拟，相比于静力学的模拟更能还原真实的深部煤岩破坏情况<sup>[28-29]</sup>。

依据文献可知：(1) 动载条件下煤岩体力学特性主要与外加动载强度、动载施加速度有关；(2) 动载条件下煤岩体弹性模量变大；(3) 煤岩动态抗压强度高于静态抗压强度，并随应变率增加而增加。由图 5 可知，当煤岩的应变率上升时，煤岩的动态抗压强度逐渐增加<sup>[30-33]</sup>。



(a) 应变率对岩石强度的影响



(b) 应变率对煤强度的影响

图5 应变率对岩石与煤强度的影响<sup>[30-33]</sup>

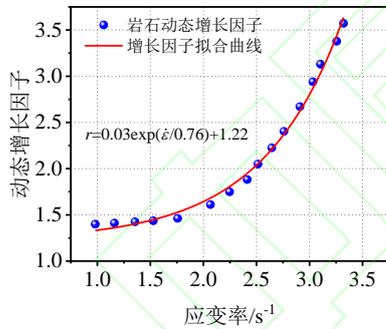
Fig.5 The influence of strain rate on the strength of rocks and coal

为了探究煤岩体动载应变率与动静载的关系，对动静载强度进行定义，如式（10）所示：

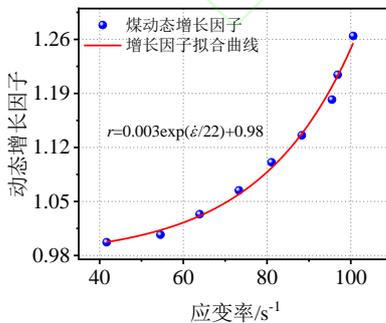
$$r = \frac{R_{cd}}{R_{cj}} = f(\dot{\epsilon}) \quad (10)$$

式中： $r$  为动态强度增长因子； $R_{cd}$  为动力学强度； $R_{cj}$  为静力学强度； $\dot{\epsilon}$  为应变率。

动态强度增长因子等于动态抗压强度与静态抗压强度之比，并且动态强度是以动载应变率为自变量的函数，文献研究了煤岩在不同应变率作用下，动态强度增长因子的变化趋势，如图6所示。



(a) 岩石



(b) 煤

图6 应变率对煤强度的影响与拟合曲线<sup>[34-38]</sup>

Fig.6 The influence of strain rate on coal strength and the corresponding fitting curve

在应变率的影响下，煤岩的动态强度增长因子的拟合公式如式（11）所示<sup>[34-38]</sup>：

$$r = 0.03 \exp\left(\frac{\dot{\epsilon}}{0.76}\right) + 1.2 \quad (11)$$

根据上述研究可知，在研究煤岩冲击破坏等动力灾害问题时，建立合理的动力学相似准则是实现物理模拟真实性与可靠性的关键。由于此类灾害过程通常伴随应变率加载、瞬时能量释放与强烈非线性破坏特征，若仅依靠静态相似准则，难以准确再现原型中的冲击行为。因此，在相似模拟中必须引入动力学加载条件，通过施加具有一定加速度或冲击能量的动态扰动，使模型在应力波传播、裂纹扩展速率及破坏模式等方面与原型保持动力响应的一致性。唯有真实模拟出冲击过程，才能确保所建立的动力学相似准则在实验中具有物理意义，并为煤岩动力灾害机理研究与防控提供可靠依据。

### 1.3 动力学相似准则的建立

#### 1.3.1 量纲分析

目前，针对冲击地压等强扰动过程所涉及的动力学行为，尚缺乏一种能够全面准确描述其物理过程的理论模型。现有描述物理过程的理论方程难以涵盖高应变率、能量突释、惯性效应等典型的动力学特征。在缺乏完善的动力学本构方程支撑的情况下，直接从控制方程推导动力学相似准则存在困难与不确定性。因此，本研究采用量纲分析法，基于冲击过程中的主要影响参数(如弹性模量、动载应变率等)，通过建立无量纲量的组合关系，构建具有代表性的动力学相似准则体系，从而为冲击地压物理模拟提供理论依据和参数控制方法。

动力学相似准则在满足基本几何相似外应结合冲击地压发生特点和重要的物理力学参数，进一步对相似准则进行研究。根据动静载叠加原理，选取应力、时间、应变率和弹性模量等作为冲击地压致灾的基础相似准则参数。运用前文所述的相似第二定理对煤岩动力学的物理力学性质参数的相似准则进行推导，利用量纲分析法，并选取质量(M)、长度(L)和时间(T)作为特征值进行分析，那么描述煤岩动力学现象可由下述方程（12）表示：

$$f(t, \sigma, E, \dot{\epsilon}, M, L, T) = 0 \quad (12)$$

选取上述参数的意义在于：（1） $t$ ：加载时间，反映动力过程的时间尺度；（2） $\sigma$ ：应力，表征外部载荷强度；（3） $E$ ：弹性模量，反映材料的刚度特性；（4） $\dot{\epsilon}$ ：体现加载速率效应、联系时间与变

形的桥梁作用和保证动能与惯性力的相似性；(5)  $M$ : 模型质量或密度参数, 体现惯性效应；(6)  $L$ : 特征长度, 反映模型几何尺度；(7)  $T$ : 时间或周期量纲, 用于保证能量与动力过程的时间相似性。

在确定这些基本量后, 根据  $\pi$  定理, 选取  $M$ 、 $L$  和  $T$  作为基本量纲基准, 建立其余量纲之间的指数方程组。通过求解该方程组得到一组无量纲  $\pi$  项, 从而获得不同物理量之间的相似关系式。这些相似比的推导确保了关键动力学参数在原型与模型间的动态相似性。

选择质量( $M$ )、几何( $L$ )和时间( $T$ )作为三个基本量纲, 使用量纲矩阵分析方法表示物理量。物理参数量纲如表 3 所示。

表 3 物理参数量纲表

Table 3 Dimensional expressions for physical properties

物理参数	量纲
$t$	$T$
$\sigma$	$ML^{-1}T^{-2}$
$E$	$ML^{-1}T^{-2}$
$\dot{\epsilon}$	$T^{-1}$
$M$	$M$
$L$	$L$
$T$	$T$

相似第二定理中的  $\pi$  方程可表示为式 (13):

$$\pi = t^\alpha \sigma^\chi E^\gamma \dot{\epsilon}^\kappa M^\delta L^\zeta T^\eta \quad (13)$$

式中:  $\alpha$ 、 $\chi$ 、 $\gamma$ 、 $\kappa$ 、 $\zeta$ 、 $\eta$  分别表示  $t$ 、 $\sigma$ 、 $E$ 、 $\dot{\epsilon}$ 、 $M$ 、 $L$ 、 $T$  的指数。

那么  $\pi$  方程可由如下矩阵表示, 如式 (14):

$$\begin{bmatrix} \alpha & \chi & \gamma & \kappa & \delta & \zeta & \eta \\ t & \sigma & E & \dot{\epsilon} & M & L & T \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

物理量与他们的指数之间的关系可由如下方程组表示:

$$\begin{cases} \chi + \gamma + \delta = 0 \\ -\chi - \gamma + \zeta = 0 \\ \alpha - 2\chi - 2\gamma - \kappa + \eta = 0 \end{cases} \quad (15)$$

通过式 (15) 可得到如下方程组:

$$\begin{cases} \delta = -\chi - \gamma \\ \zeta = \chi + \gamma \\ \eta = -\alpha + 2\chi + 2\gamma + \kappa \end{cases} \quad (16)$$

其  $\pi$  方程可表达为式 (17):

$$\pi = \begin{bmatrix} M & L & T & t & \sigma & E & \dot{\epsilon} \\ \pi_1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ \pi_2 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ \pi_3 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ \pi_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

使用质量( $M$ )、长度( $L$ )和时间( $T$ )表示的基础相似准则如式 (18) 所示:

$$\begin{cases} \pi_1 = T^{-1}t \\ \pi_2 = M^{-1}T^2L\sigma \\ \pi_3 = M^{-1}T^2LE \\ \pi_4 = T\dot{\epsilon} \end{cases} \quad (18)$$

式 (18) 的物理意义为,  $\pi_1$  体现了加载速率、振动周期等动力过程的时间缩放关系;  $\pi_2$  反映模型与原型在应力分布与强度特征上的比例关系, 是动力学相似的核心参数之一。  $\pi_3$  表征模型与原型在变形刚度或抗变形能力方面的相似关系, 说明模型与原型的应力—应变关系曲线的形状保持一致, 对应静力与动力加载下的材料力学响应相似。保持  $\pi_4$  相等意味着模型与原型的变形速率效应保持相似。在动态问题中尤为重要, 因为应变率直接影响煤岩体的强度、断裂模式与能量释放行为。

依据相似第二定理, 原型与模型的特征与现象需要相似, 因此  $\pi$  方程需要等于“1”, 则可以推导式 (19):

$$\begin{cases} T = t \\ M = T^2L\sigma \\ M = T^2LE \\ T^{-1} = \dot{\epsilon} \end{cases} \quad (19)$$

将各个参数以相似比的形式表示, 则可以得到式 (20):

$$\begin{cases} C_T = C_t \\ C_M = C_T^2 C_L C_\sigma \\ C_M = C_T^2 C_L C_E \\ C_{T^{-1}} = C_{\dot{\varepsilon}} \end{cases} \quad F_g \propto \rho g L^2 \quad (26)$$

弗劳德准数为:

$$Fr = \frac{F_{if}}{F_g} = \frac{v^2}{gL} \quad (27)$$

$$Fr = Fr' \quad (28)$$

因此可以得到速度和时间相似比:

$$C_v = C_t = \sqrt{C_l} \quad (29)$$

式中:  $F_{if}$  为惯性力;  $F_g$  为重力;  $Fr$  为弗劳德准数。

即在重力场中  $C_g = C_{ad} = 1$ , 可得到静力学相似准则。

### 1.3.2 动力学相似准则系数的提出

通过量纲分析法推导动力学相似准则时, 发现相较于传统的静力学或弹性力学相似准则, 体系中新增加了一个关键控制参数“加速度相似比”。这是由于冲击过程本质上属于中高应变率、强惯性响应的动态行为, 必须将加速度或动量因素纳入相似控制之中。然而, 在传统静力学和弹性力学的相似准则中, 通常默认加速度相似比为 1, 即忽略了动力响应对系统行为的影响。虽然模型在静力学准则下能够满足应力-应变关系的比例一致, 但在冲击能量释放、碎块飞出速度等表征冲击倾向性的指标上表现出显著衰减, 说明其并未真实反映原型的冲击动力学特征。因此, 在冲击地压模拟中, 有必要引入以加速度相似比为核心变量的动力学相似准则, 以增强模型对真实动力灾变过程的再现能力。

加速度相似比可通过煤矿冲击动载进行推导, 煤矿冲击动载源如图 7 所示。

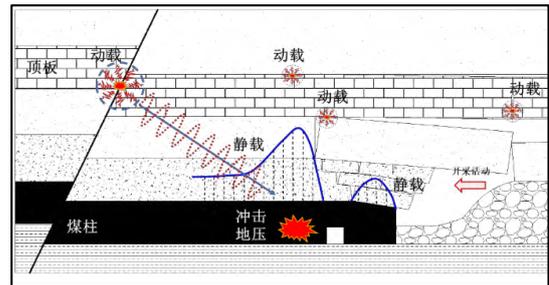


图 7 煤矿冲击动载源示意图

Fig.7 Schematic diagram of dynamic load sources in coal mine coal burst events

现主要研究震动波传播的动载, 如式 (30) 所示:

$$\begin{cases} \sigma_{dP} = \rho U_P v_{PP} \\ \tau_{dS} = \rho U_S v_{PS} \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} C_T = C_t \\ C_M = C_T^2 C_L C_\sigma \\ C_M = C_T^2 C_L C_E \\ C_{T^{-1}} = C_{\dot{\varepsilon}} \end{cases} \quad (20)$$

$M$  的相似比可以进一步简化为密度相似比和长度相似比的乘积, 简化过程如式 (21):

$$C_M = C_\rho C_V = C_\rho C_l^3 \quad (21)$$

式中:  $C_M$  为质量相似比。

$L$  的相似比可以进一步简化为速度相似比和时间相似比的乘积, 简化过程如式 (22):

$$C_L = C_v C_T \quad (22)$$

式中:  $C_v$  为速度相似比;  $C_L$  为几何相似比。

$T$  的相似比可以进一步简化为速度相似比和加速度相似比倒数的乘积, 简化过程如式 (23):

$$C_T = \frac{C_v}{C_{a_d}} \quad (23)$$

将式 (21), (22), (23) 带入式 (20) 则可以推导出冲击地压煤岩动力学的基础相似准则, 且  $C_T = C_t$ ,  $C_L = C_l$ , 如式 (24) 所示:

$$\begin{cases} C_t = \sqrt{\frac{C_l}{C_{a_d}}} \\ C_\sigma = C_l C_\rho C_{a_d} \\ C_E = C_l C_\rho C_{a_d} \\ C_{\dot{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{C_l}{C_{a_d}}}^{-1} \end{cases} \quad (24)$$

式中:  $C_E$  为弹性模量相似比;  $C_{\dot{\varepsilon}}$  为应变率相似比;  $a_d$  为动力学加速度。

量纲分析法得到的相似准则也可以表示静力学相似准则。当煤层处于静力学状态下, 整个系统是由重力为主导影响因素, 需考虑重力作为主导的相似性, 此时整个系统满足弗劳德准则(Froude Number), 弗劳德准则通常是用于描述动力学问题中惯性力与重力之间关系的一个重要无量纲数:

惯性力公式为:

$$F_{if} \propto \rho v^2 L \quad (25)$$

重力公式为:

设矿震震源位于原点  $O$ ，震动波以波速  $v_p$  向外传播， $v_{pp}$  为 P 波的震动速度。在沿  $X$  方向远离震源的一点，取长度为  $dX$  的微小单元进行分析。某一时刻  $t$ ，该单元两端 A、B 的质点振动速度分别为  $v_A$  和  $v_B$ 。则在接下来的时间  $dt$  内，震动波在该单元内引起的附加应变为：

$$\varepsilon = \frac{(v_B dt + \frac{1}{2} v_B' dt^2) - (v_A dt + \frac{1}{2} v_A' dt^2)}{dX} \quad (31)$$

则  $dt$  时段内，应变的平均变化速率为：

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{dt} &= \frac{(v_B dt + \frac{1}{2} v_B' dt^2) - (v_A dt + \frac{1}{2} v_A' dt^2)}{dX dt} \\ &= \frac{(v_B - v_A) + \frac{1}{2} (v_B' - v_A') dt}{dX} \end{aligned} \quad (32)$$

当  $dt$  趋近于 0 时， $t$  时刻  $dX$  段的应变率为：

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_B - v_A}{dX} \quad (33)$$

即震动波传播方向上速度的空间变化率为质点的应变率，震动波传播的示意图如图 8 所示。

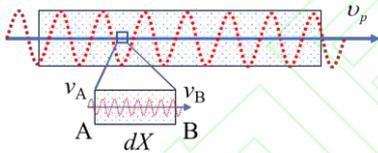


图 8 震动波传播示意图

Fig.8 Schematic diagram of stress wave propagation in coal and rock mass

由弹性波理论，任何震动波均可采用若干正弦波经傅利叶变换合成。因此正弦波为震动波的基本形式。

沿  $X$  方向传播的正弦震动波，质点震动速度  $v(X,t)$  可写为：

$$v(X,t) = v_{pp} \sin[2\pi f(t - \frac{X}{v_p})] \quad (34)$$

震动波产生的动载荷加载速率主要与频率及质点峰值速度相关：频率越大，则振动周期越短，质点从零速度变化到峰值速度所用时间越短，则加速度越大，质点瞬间受到的力也越大<sup>[39-40]</sup>。应变率可表示为：

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(X,t) &= \frac{\partial[v(X,t)]}{\partial X} \\ &= -\frac{2\pi f v_{pp}}{v_p} \cos[2\pi f(t - \frac{X}{v_p})] \end{aligned} \quad (35)$$

应变率的极大值为：

$$\dot{\varepsilon}_{\max} = \frac{2\pi f v_{pp}}{v_p} \quad (36)$$

由式 (36) 可知，震动波在介质中传播所引起的最大应变率  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  与震动波频率  $f$ 、介质中质点的最大振动速度  $v_{pp}$  成正比，与波速  $v_p$  成反比。这一关系反映了震动波加载速率的控制因素。在实际矿震过程中，波速  $v_p$  主要由介质的物理性质(如密度和弹性模量)决定，通常较为稳定，因此，震动波所产生的动载应变率主要受频率  $f$  和峰值速度  $v_{pp}$  的影响。

具体而言，当峰值速度  $v_{pp}$  一定时，频率  $f$  越高，振动周期越短，质点从零速度加速至峰值速度所需的时间越短，对应的加速度更大，因而产生的应变率也更高。这意味着高频震动波更容易在介质中产生剧烈的局部变形，进而诱发冲击地压等动力灾害。综上所述，不仅揭示了应变率的决定性因素，也表明频率和峰值速度是衡量矿震动载荷强度的重要参数，对研究矿震动载行为具有重要的理论意义和工程指导价值。

依据震动传播的动载可表示为：

$$\sigma_{dP} = \rho v_p v_{pp} \dot{\varepsilon}_{\max} = \frac{\rho v_p^2 \dot{\varepsilon}_{\max}}{2\pi f} \quad (37)$$

同时，震动传播动载可表示为：

$$\sigma_{dP} = \rho l a_d \quad (38)$$

则动力学加速度可表示为：

$$a_d = \frac{v_p^2 \dot{\varepsilon}_{\max}}{2\pi f l} \quad (39)$$

动力学加速度的相似比可表示为：

$$C_{a_d} = \frac{a_d}{a_d'} = C_{v_p}^2 C_{\dot{\varepsilon}} C_L^{-1} C_t = \beta \quad (40)$$

式中： $\sigma_{dP}$  为震动传播动载； $a_d$  为动力学加速度。 $\beta$  为动力学相似准则系数。

由动力学加速度相似比公式可知，当煤体处于

静力学状态时,  $C_{v_p} = \sqrt{C_l}$ ,  $C_{\dot{\varepsilon}} = \sqrt{C_l}^{-1}$ , 则  $C_{a_d} = 1$ , 符合静力学状态下的加速度相似比。

由式(40)可知, 煤岩受动载作用下的加速度相似比不为“1”。在建立煤岩动力学相似准则时, 传统的弗劳德准则通常假设惯性力与重力为主导关系, 适用于大尺度结构中以重力为主的动力过程。然而, 煤岩冲击破坏过程主要受控于瞬时惯性力、应力波传播及应变率效应, 因此动力学相似准则往往不满足弗劳德准则。若机械地采用弗劳德准则令加速度相似比为“1”, 则在模型与原型间将无法正确反映惯性力的缩放关系, 导致能量输入、裂纹扩展速率等动力响应失真。因此, 加速度相似比不应设定为 1, 从而确保模型中冲击过程与原型之间的动态响应具备物理对应性。此公式可表达动力学、静力学两种状态下加速度相似比这个关键参数。

依据动力学相似准则提出了动力学相似准则系数  $\beta$ , 包含了动力学相似准则系数  $\beta$  的冲击地压的煤岩动力学相似准则, 如式(41)所示:

$$\begin{cases} C_t = \sqrt{\frac{C_l}{\beta}} \\ C_a = \beta \\ C_\sigma = C_l C_\rho \beta \\ C_E = C_l C_\rho \beta \\ C_{\dot{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{C_l}{\beta}} \end{cases} \quad (41)$$

提出的动力学相似准则系数  $\beta$  有如下意义:

(1)  $\beta$  的物理本质:  $\beta$  实际上描述了原型与模型在动载作用下的惯性响应差异。当  $\beta = 1$  时, 系统处于静力学相似状态; 当  $\beta \neq 1$  时, 模型试验处于动力学相似状态。因此,  $\beta$  不仅是一个“调节系数”, 更是衡量模型与原型动力学相似程度的定量指标。

(2)  $\beta$  与动力响应关系

从能量角度看, 动载加载过程中的惯性力  $F_i = ma_d$  与系统的加速度直接相关, 而加速度的相似比  $C_{a_d}$  由  $\beta$  控制。 $\beta$  的大小直接影响冲击波传播速度的相似性; 煤体应力集中与释放速率; 模型试样的能量积聚与突发释放行为。因此,  $\beta$  是描述模型与原型动力过程时间尺度、惯性力比例和能量释放同步性的综合控制参数。

(3)  $\beta$  的科学意义

$\beta$  的引入使得传统仅基于静力学相似的准则

体系得到拓展, 可用于定量表征不同加载速率、不同能量等级下模型与原型的相似程度。通过调节  $\beta$ , 可以在实验室尺度下实现与原型不同动态强度水平的等效再现, 从而为冲击地压类问题的相似模拟提供理论基础。

综上所述, 动力学相似准则系数  $\beta$  的物理意义在于:

$\beta$  综合反映了模型与原型之间惯性效应、应变速率及能量传递的比例关系, 是衡量动力学相似程度与调控模型加载动态特征的关键参数。

式(41)中, 动力学状态下的物理力学参数与几何相似比, 动力学相似准则系数  $\beta$  和密度相似比相关, 当密度相似比设为 1 时, 讨论动力学相似准则系数  $\beta$  和几何相似比与物理力学参数相似比的关系, 如图 9 所示。

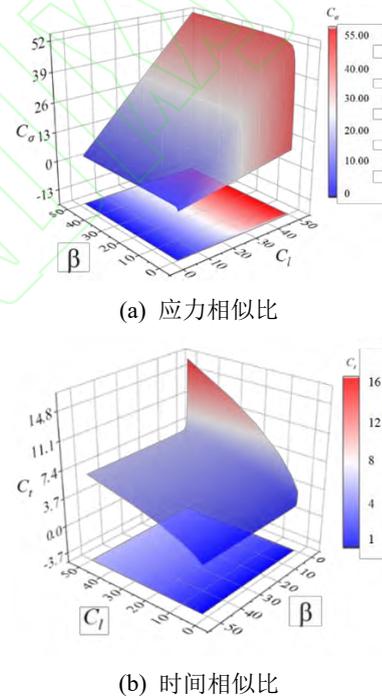


图 9 几何相似比与  $\beta$  对应力和时间相似比的影响  
Fig.9 Influence of geometric similarity ratio on  $\beta$  stress and time similarity ratios

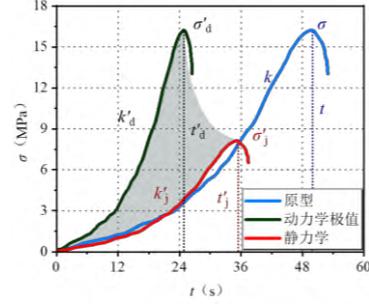
从图 9 中可以看出, 时间相似比随着  $\beta$  的增加而逐渐降低。当  $\beta$  在(0,1) 范围内时, 时间相似比的降低相对较大; 而  $\beta$  在(1,50) 范围内, 时间相似比基本不变, 并保持在同一水平。应力相似比随着  $\beta$  的增加而逐渐增大。当  $\beta$  在(0,1) 范围内显著增加时; 而  $\beta$  在(1,50) 范围内, 应力相似比基本不变, 并保持在同一水平。

## 2 动力学相似准则系数与关键指标分析

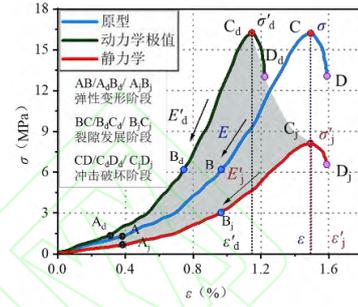
### 2.1 动力学相似准则系数的范围

根据图 10 中所示的应力-时间曲线和应力-应变曲线，可以清晰地比较原型状态、静力学状态与动力学状态下模型响应的差异。蓝色曲线表示原型曲线，红色曲线表示静力加载下模型曲线，黑色曲线则表示动力加载下模型曲线。原型曲线是真实的具有冲击倾向性煤试样的应力-时间曲线、应力-应变曲线；静力学曲线是以静力学相似为基础理论计算得到的应力-时间曲线、应力-应变曲线（几何相似比取 2，密度相似比取 1）；动力学极值曲线的纵坐标与原型的纵坐标保持一致，是因为在物理模拟中，模型的强度参数是按照相似准则进行缩放的，其量级应小于原型强度。通过对强度等参数进行相似比例的缩放处理，可以确保模型在加载过程中与原型在动力响应规律上保持一致，从而实现力学行为的相似性。在应力-时间曲线中，动力学加载下模型的最大应力其对应时间( $t'_d$ ) 均明显低于原型曲线所示的时间( $t_d$ )，说明在动力加载环境下，模型的承载时间缩短，破坏过程加速。动力曲线在上升段的斜率( $k'_d$ ) 大于静力曲线( $k_j$ ) 和原型曲线( $k_d$ )，体现出更快的应力增长速率和更高的刚度，进一步反映出其更强的脆性特征<sup>[41-42]</sup>。

在应力-应变曲线中，可以更细致地观察到各阶段响应特性。图中分别标识了弹性变形阶段(AB / A<sub>d</sub>B<sub>d</sub> / A<sub>j</sub>B<sub>j</sub>)、裂隙扩展阶段(BC / B<sub>d</sub>C<sub>d</sub> / B<sub>j</sub>C<sub>j</sub>) 和冲击破坏阶段(CD / C<sub>d</sub>D<sub>d</sub> / C<sub>j</sub>D<sub>j</sub>)。可以看出，动力加载曲线在各阶段的应变值(如  $\epsilon'_j$ ) 显著低于静力加载曲线与原型曲线，表明在相同应力水平下，模型在动力作用下的变形能力降低，破坏过程更突然，脆性增强。同时，动力加载曲线的弹性模量(即 AB 段斜率) 更大，裂隙扩展与破坏阶段的路径更陡峭，说明微裂隙积聚时间变短，破裂过程更剧烈。此外，由于几何相似比引起的相似变换作用，应变减小，使得模拟系统表现出比原型更高的脆性、更快的响应速度和更集中的破坏特征。这种特性对于模拟冲击地压等突发性灾害具有重要意义，能够更真实地再现煤岩在动载下的破坏机制，也说明仅依据静力加载无法准确还原实际工程中冲击灾害的演化过程。因此，建立动力学特征的相似模型与评价指标，成为理解冲击地压致灾机制的关键途径。



(a) 应力-时间曲线



(b) 应力-应变曲线

图 10 动力学相似准则下模型的强度曲线

Fig.10 Strength curve of model under dynamic similarity criterion

如图 10 (a) 所示，动力学状态下的极值应力-时间曲线斜率  $k_{dmax}'$  明显大于原型应力-时间曲线的斜率  $k$  和静力学状态下的应力-时间曲线斜率  $k_j'$ 。应力-时间曲线的斜率反映了煤岩体在受载过程中的应力增长速率，能够有效表征其冲击响应程度。因此可将煤岩在动力学加载下的应力-时间曲线斜率作为评判标准，建立模型冲击倾向性的划分依据：当模型试样的动力学应力-时间曲线斜率  $k'_d$  大于静力学状态下的斜率  $k_j'$  且小于原型斜率  $k$  时，表明其具有一定冲击响应能力但尚未达到真实原型的剧烈程度，可判定为弱冲击倾向性模型试样；当模型试样的斜率  $k'_d$  大于原型斜率  $k$  且小于动力学状态下极值斜率  $k_{dmax}'$  时，说明其冲击响应更为显著，趋近于真实煤岩体的动态破坏特征，可定义为强冲击倾向性模型试样。该分类方法弥补了传统静力学判别指标的不足，为冲击地压相似模拟中模型冲击倾向性的判断提供了定量依据，可表述为式 (42)、(43)。

$$k < k'_d < k_{dmax}' \quad (42)$$

$$k_j' < k'_d < k \quad (43)$$

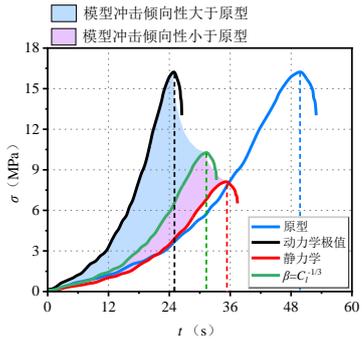
依据强冲击倾向性模型试样的不等式进行求解，可得到式 (44)：

$$C_l^{-1} < \beta < C_l^{\frac{1}{3}} \quad (44)$$

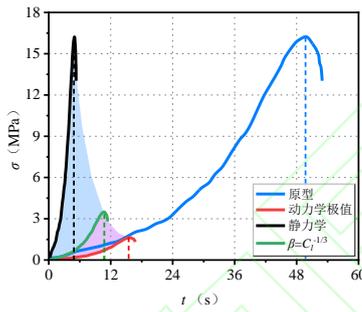
依据弱冲击倾向性模型试样的不等式进行求解, 可得到式 (45), 式中密度相似比设定为“1”:

$$C_l^{\frac{1}{3}} < \beta < 1 \quad (45)$$

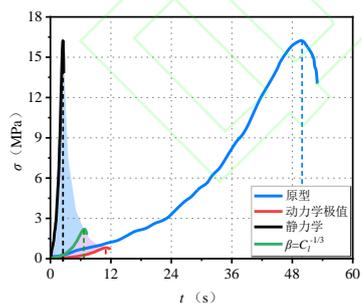
以动力学相似准则系数  $\beta$  的取值范围作为判定模型冲击倾向性的条件时, 不同几何相似比下的应力-时间曲线如图 11 所示。



(a) 几何相似比为 2



(b) 几何相似比为 10



(c) 几何相似比为 20

图 11 动力学相似准则下的应力-时间曲线

Fig.11 Stress time curve under dynamic similarity criterion

## 2.2 应变相似比的范围

在应力-应变曲线中以煤岩的弹性模量作为标准可规定模型的冲击倾向性, 当动力学下模型的弹性模量  $E_d$  大于静力学下的弹性模量  $E_j$ , 小于原型的弹性模量  $E$  时设定为弱冲击倾向性的模型试样; 当模型的弹性模量大于原型弹性模量  $E$ , 小于动力

学下极值曲线的弹性模量  $E_{dmax}$  时设定为强冲击倾向性的模型试样。强冲击倾向性模型试样为式 (46), 弱冲击倾向性模型试样为式 (47)。

$$E < E_d < E_{dmax} \quad (46)$$

$$E_j < E_d < E \quad (47)$$

依据强冲击倾向性模型试样的不等式进行求解, 可得到式 (48):

$$C_{\varepsilon_d} > C_l \beta \quad (48)$$

依据弱冲击倾向性模型试样的不等式进行求解, 可得到式 (49):

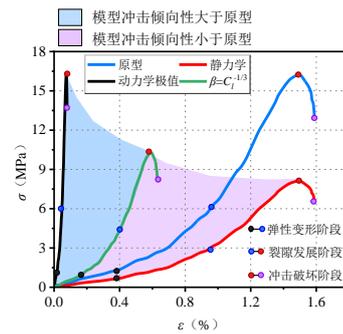
$$1 < C_{\varepsilon_d} < C_l \beta \quad (49)$$

将动力学相似准则系数  $\beta$  的取值范围带入动力学状态下应变相似比取值范围, 即可得到模型应变相似比的取值范围, 强冲击倾向性模型的应变相似比如式 (50) 所示。弱冲击倾向性模型的应变相似比如式 (51) 所示。

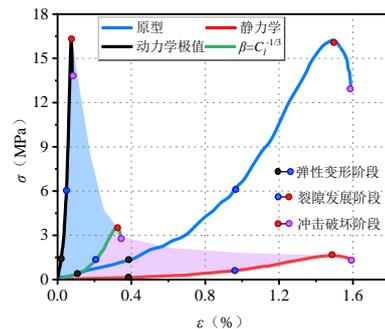
$$C_{\varepsilon_d} > C_l^{\frac{2}{3}} \quad (50)$$

$$1 < C_{\varepsilon_d} < C_l^{\frac{2}{3}} \quad (51)$$

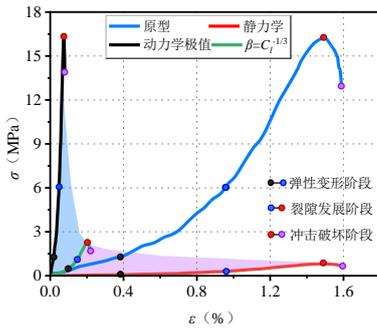
不同几何相似比下模型的应力-应变曲线以及不同冲击倾向性试样的曲线范围。具体如图 12 所示。并且图中标示了弹性变形阶段、裂隙发展阶段和冲击破坏阶段的具体范围。



(a) 几何相似比为 2



(b) 几何相似比为 10

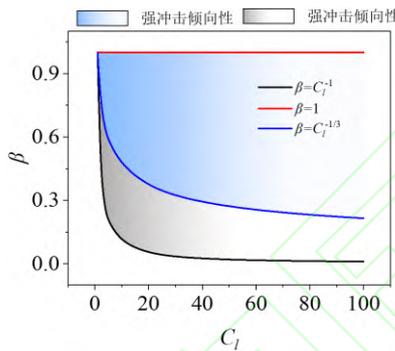


(c) 几何相似比为 20

图 12 动力学相似准则下的应力-应变曲线

Fig.12 Stress strain curve under dynamic similarity criterion

图 13 可表示出不同几何相似比下动力相似准则系数  $\beta$  和应变相似比的取值空间。设计冲击地压物理模型时，根据冲击危险性可在对应的范围内部进行动力学相似准则系数  $\beta$  和应变相似比的取值，以达到准确模拟冲击现象的目的。



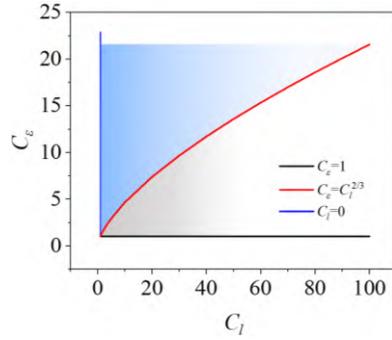
(a) 动力学相似准则系数  $\beta$  范围

表 4 动力学和静力学状态下的模型参数

Table 4 Model parameters under dynamic and static states

参数	原型赋值	$C_i=2$		$C_i=5$		$C_i=10$		$C_i=20$	
		动力学	静力学	动力学	静力学	动力学	静力学	动力学	静力学
		$\beta=0.79$	$\beta=1$	$\beta=0.58$	$\beta=1$	$\beta=0.46$	$\beta=1$	$\beta=0.37$	$\beta=1$
t	50 ms	31.4	35.4	15.8	22.3	10.7	15.8	6.80	11.2
$\sigma$	16 MPa	10.1	8.0	5.5	3.2	3.5	1.6	2.2	0.8
E	1 GPa	0.63	0.5	0.34	0.2	0.22	0.1	0.14	0.05
Q	$1 \times 10^8$ J	7911000	6250000	362500	160000	21730	10000	1689	625

从图 14 中各物理量的相似比对比结果可以看出，动力学相似准则与静力学相似准则在多项关键参数上存在显著差异。动力学相似准则下模型的应力、弹性模量大于静力学相似准则下的模型参数。动力学准则下的时间相似比远小于静力学准则下的模型参数，意味着模型反映出更快的响应过程。因此，在冲击地压的煤岩动力学物理相似实验中，采用动力学相似准则是实现灾害过程重现和本构



(b) 应变相似比取值范围

图 13 不同冲击倾向性下  $\beta$  和应变相似比取值范围

Fig.13 Range of values for  $\beta$  and strain similarity ratio under different impact tendencies

### 2.3 动力学相似准则下的模型物理参数

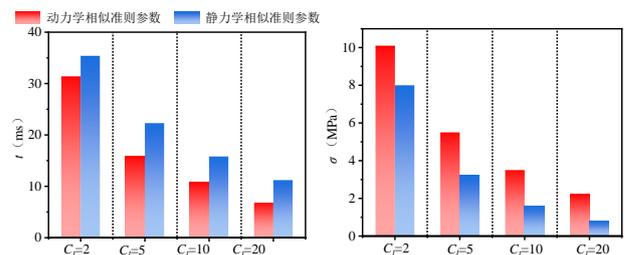
为了分析不同相似准则下模型参数的变化规律，首先对动力学下的煤岩原型进行参数赋值，包括几何尺寸、密度、弹性模量、强度参数及加载条件等。在此基础上，分别采用静力学相似准则与动力学相似准则对各参数进行相似比换算，得到对应的模型参数，如表 4 所示。

表 4 中的能量相似比可由公式变换法获得，如式 (52) 所示：

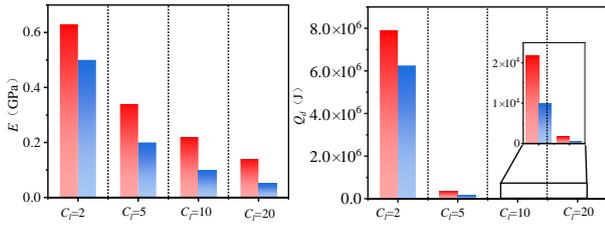
$$C_{Q_d} = C_M C_L C_{a_d} = C_i^4 C_\rho \beta \quad (52)$$

式中： $Q_d$ 为动载能量。

响应一致的必要条件。



(a) 时间(b) 应力



(c) 弹性模量(d) 动载能量

图 14 不同状态下的物理参数柱状图

Fig.14 Histogram of physical parameters under different states

在引入动力学相似准则之后,原有基于静力学条件下建立的冲击倾向性判定指标已不再完全适用。由于相似变换后模型的应力、应变等参数均发生变化,静力条件下获得的单轴抗压强度、冲击破坏时间、冲击能指数和弹性能指数等指标难以准确反映煤岩体在动载扰动条件下的真实响应。因此,需要重新构建冲击倾向性判据,以更符合模型与原型间的动态响应相似性。表 5 为 GB/T 25217.2-2010 规定的冲击倾向性鉴定指标,

表 5 冲击倾向性指标

Table 5 Impact tendency index

类别	判别指标	公式	倾向性		
			无	弱	强
冲击地压	弹性能指数	$W_{ET} = \frac{\Phi_{SE}}{\Phi_{SP}}$	<2	2~5	$\geq 5$
	冲击能指数	$K_E = \frac{A_s}{A_x}$	<1.5	1.5~5	$\geq 5$
单轴抗压强度	动态破坏时间	DT	>500	50~500	$\leq 50$
	单轴抗压强度	$\sigma_c$	<7	7~14	$\geq 14$

动态破坏时间和单轴抗压强度在动力学状态下的相似准则前文已经推导,而弹性能指数和冲击能指数为无量纲的量,为应力-应变曲线与横轴包围的面积之比,因此相似比不变,改变后的动力学状态下的模型冲击倾向性指标,如表 6 所示。

表 6 模型冲击倾向性指标

Table 6 Model impact tendency index

判别指标	公式	倾向性		
		无	弱	强
弹性能指数	$W_{ET} = \frac{\Phi_{SE}}{\Phi_{SP}}$	<2	2~5	$\geq 5$
冲击能指数	$K_E = \frac{A_s}{A_x}$	<1.5	1.5~5	$\geq 5$
动态破坏时间	$t' = t\sqrt{C_a/C_l}$	$>500\sqrt{C_a/C_l}$	$50\sim 500\sqrt{C_a/C_l}$	$\leq 50\sqrt{C_a/C_l}$
单轴抗压强度	$\sigma' = \frac{\sigma}{C_l C_\rho C_a}$	$< \frac{7}{C_l C_\rho C_a}$	$\frac{7}{C_l C_\rho C_a} \sim \frac{14}{C_l C_\rho C_a}$	$\geq \frac{14}{C_l C_\rho C_a}$

## 2.4 动力学相似准则系数的影响参数

动力学相似准则系数  $\beta$  可由波速相似比、应变率相似比、几何相似比和时间相似比表示,如式(53)。

$$\beta = C_{v_p}^2 C_{\dot{\epsilon}} C_L^{-1} C_t \quad (53)$$

式中  $\beta$  与波速相似比的平方相关,因此模型的波速越小,  $\beta$  取值越大;  $\beta$  与应变率相似比、时间相似比呈正比,变化速率一致;  $\beta$  与几何相似比呈反比,几何相似比越大,  $\beta$  的取值越小,具体如下讨论。

### 1) 波速相似比 $C_{v_p}$

因为公式中是平方项( $C_{v_p}^2$ ),对  $\beta$  的影响非常显著;增大  $C_{v_p}$  会显著提高  $\beta$ ,所以相似材料波速不

能太低;但波速太高不符合材料要求,比如煤样波速一般只有 2500m/s,模型材料应在 1000~2000m/s 之间。

### 2) 应变率相似比 $C_{\dot{\epsilon}}$

与  $\beta$  成线性正比关系;可以通过加载方式调控,比如冲击实验或波形参数设定;越高的  $C_{\dot{\epsilon}}$ ,对  $\beta$  的补偿越大,在波速较低时可以通过提高应变率来提升加速度效应。

### 3) 时间相似比 $C_t$

决定加载频率与持续时间;增大  $C_t$  意味着输入更“快”的加载,对模型产生更强烈的加速度;但  $C_t$  过高可能导致频率过高,实际加载设备无法实现。

### 4) 几何相似比 $C_l$ :

固定值影响整体尺度缩小。

## 2.5 动力学相似准则下的强度曲线

依据动力学相似准则的要求对煤岩试样的应力-时间曲线进行缩减与绘制,在动载应力相似比和时间相似比下,不同几何相似比下的应力-应变曲线与应力-时间曲线如图 15 所示。模型曲线在各阶段的斜率均与原型保持一致,则说明在动力学相似准则下,模型可还原原型的冲击倾向性。

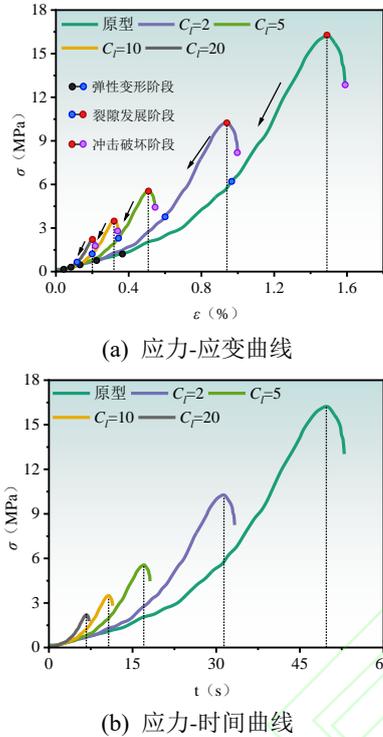


图 15 静力学下的模型曲线

Fig.15 Model curve under dynamic similarity criterion

## 2.6 最优几何相似比的确定

确定最优几何比对于试验与模拟研究至关重要。几何比不仅决定了模型与原型在尺寸上的映射关系,还直接影响到力学参数的相似性和试验结果的可靠性。如图 16 (a)为不同几何相似比下的模型应力的变化趋势,曲线图 16 中包括了不同动力学相似准则系数  $\beta$  的取值,  $\beta$  的取值均在强冲击倾向性模型的范围内。图 16 (a)、(b)中设定的原型应力为 20MPa、原型时间设定为 50ms,随着几何相似比的增加模型的应力和时间均以指数函数的形式减小,模型应力和时间的下降速度由快逐渐转慢,中间的变化临界段可通过对曲线的一阶导数和二阶导数来进行计算。

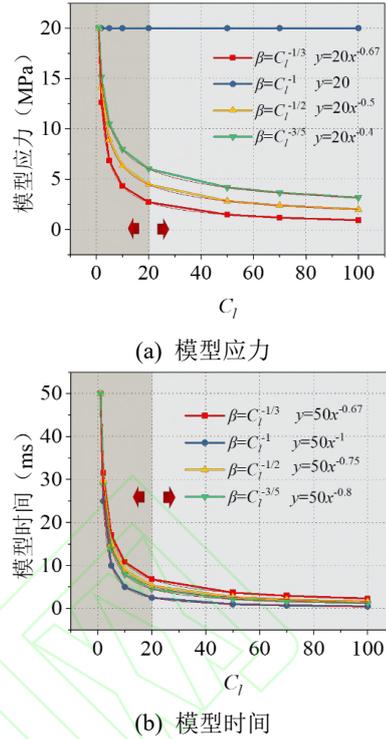


图 16 模型参数随几何相似比变化趋势

Fig.16 Curve of model parameters and geometric similarity ratio

以  $\beta=C_l^{-1/3}$  时的拟合曲线为例,曲线的一阶导数和二阶导数如式 (54) 所示。

$$\begin{cases} \frac{d\sigma'}{dC_l} = -13.4C_l^{-1.67} \\ \frac{d^2\sigma'}{dC_l^2} = 22.378C_l^{-2.67} \end{cases} \quad (54)$$

一阶导数绝对值  $y'$  随  $x$  增大而单调减小。可用二阶导数与一阶导数比值法计算出该曲线的拐点。曲线变化速率为,式 (55):

$$\left| \frac{f''(C_l)}{f'(C_l)} \right| = \frac{22.378C_l^{-2.67}}{13.4C_l^{-1.67}} \approx 1.67x^{-1} \quad (55)$$

式 (55) 中得到的比值越大,说明变化速度越快。当得到的比值取值为 0.1 时,可取值为 16.7,为方便模型参数计算,几何相似比可取 20 作为最优几何相似比。确定几何相似比为 20 的主要目的是在理论层面寻找相似参数变化趋于稳定的临界区间,即一个能够同时保证力学相似性与实验可操作性的折中点。从数学意义上看,曲线二阶导数的拐点对应系统灵敏度最小的区间,此时相似准则参数变化趋缓,模型稳定性较好。因此,几何相似比为 20 并非唯一解,而是一个理论上最优且工程上可行的推荐值。使用动力学相似原理时应注意:动

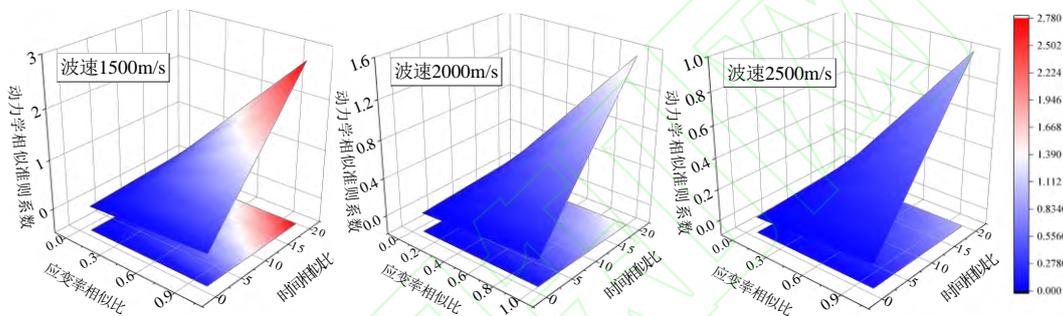
力学相似原理的应用应限定在巷道模拟条件下。当模拟对象为工作面时，几何相似比会显著增大，从而导致动力学相似准则系数  $\beta$  过大，其他关键相似参数过度减小，进而造成相似材料参数失真，无法准确再现实际动力响应特征。

### 2.7 模型波速相似比的确定

由式(53)可知， $C_t$ 增加会线性提升  $\beta$ ，而  $C_{\dot{\epsilon}}$ 的减小则会降低  $\beta$ ，因此需在两者之间找到平衡点，使得模型既能保持高冲击倾向性，又能在可控的加载速率范围内工作。绘制  $\beta$  随  $C_{\dot{\epsilon}}$  与  $C_t$ 变化的曲线，可直观反映两者在设计参数选取中的耦合影响。

图 17、18 为应变率相似比与时间相似比对动力学相似准则系数  $\beta$  的影响曲面。应变率相似比分别设定为 0、0.2、0.4、0.6、0.8、1.0，时间相似

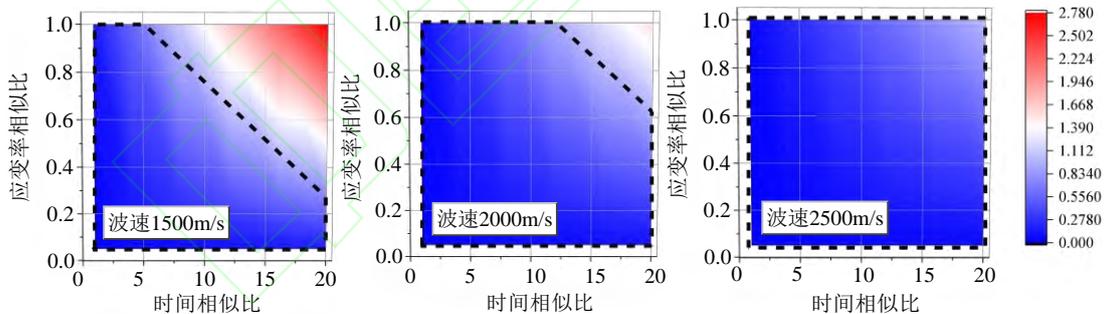
比分别设定为 1、4、8、12、16、20。由式可知，当几何和波速相似比固定时， $\beta$  随时间相似比  $C_t$  与应变率相似比  $C_{\dot{\epsilon}}$  的增加而增大；其中  $C_t$  对  $\beta$  的影响呈线性增加，而  $C_{\dot{\epsilon}}$  对  $\beta$  的影响受波速与几何相似比共同制约。当模型波速从 1500 m/s 增加至 2500 m/s(以波速 2500 m/s 为原型波速) 时，波速相似比  $C_v$  由 1.67 减小至 1.0，导致  $\beta$  逐渐减小，同时  $\beta$  的可取范围逐渐扩大。考虑到模型波速过低会显著降低动力学相似性，而过高则难以实现，因此建议模型波速取 1500–2500 m/s 之间的范围，使其既接近原型波速，又保留一定的参数调节空间，以满足冲击倾向性放大的实验设计要求。



(a) 模型波速 1500m/s (b) 模型波速 2000m/s (c) 模型波速 2500m/s

图 17 不同模型波速下  $\beta$  的变化曲面

Fig.17 The variation surface of  $\beta$  under different model wave velocities



(a) 模型波速 1500m/s (b) 模型波速 2000m/s (c) 模型波速 2500m/s

图 18 不同模型波速下  $\beta$  的变化平面

Fig.18 The variation surface of  $\beta$  under different model wave velocities

### 2.8 动力学相似准则的适用条件

动力学相似原理在巷道冲击动力模拟中具有重要意义，但其适用性需满足一定的理论与工程条件。综合分析尺寸效应、相似系数敏感性以及模型真实性等因素，动力学相似原理的主要适用条件包括以下几个方面：

(1) 几何相似比的合理范围。动力学相似原理适用于中等几何相似比条件下的巷道动力响应模拟。当几何相似比过大时，模型尺寸显著缩小，

易导致相似材料的颗粒尺度与几何尺寸不匹配，产生明显的尺寸效应。此时，相似材料的性能难以准确还原原型煤岩体的冲击特征，同时边界反射波影响增强，易引起应力集中与波动失真。因此，保持几何相似比在合理区间内是确保模型动力响应真实性的前提。

(2) 动力学相似准则系数  $\beta$  的合理取值。动力学相似准则系数  $\beta$  是控制模型动态响应特征的关键参数。 $\beta$  的取值应与几何相似比协调，以保证

模型的弹性模量、密度与应变率等参数能够同时满足相似要求。当  $\beta$  设置合理时, 才会实现较高的动力学相似性。

(3) 模型场景的适用性。动力学相似原理更适用于巷道冲击动力响应的物理模拟。在巷道模拟中, 模型边界约束明确、加载路径清晰, 能够较为准确地再现煤岩体围岩在冲击载荷作用下的应力演化与破坏特征。对于工作面及复杂构造区的大尺度冲击模拟, 应结合数值反演与混合相似模型方法, 以修正尺寸效应、优化  $\beta$  参数设定, 从而提高动力学相似原理的适用性与预测精度。

### 3 结论

(1) 针对传统静力学相似准则在模拟冲击地压等动力学模型中的局限性, 本文采用量纲分析法, 建立了以加速度相似比为核心控制参数的冲击地压的煤岩动力学相似准则体系。该准则体系系统揭示了模型动力响应与原型之间的本质关联, 为冲击地压的动力学相似模拟提供了理论基础。

(2) 在加速度相似比的基础上, 提出并定义了动力学相似准则系数  $\beta$ , 作为控制模型动态特征的关键参数。研究表明, 在  $\beta$  的调控下, 模型的强度、弹性模量及能量等物理参数相较于静力学相似准则结果均显著提升, 动态破坏时间明显缩短。动力学相似准则不仅提高了模型的冲击倾向性, 而且在应变率效应、惯性效应与能量释放特征等方面表现出更高的还原度, 从而显著增强了冲击地压模拟的真实性与可靠性。

(3) 系统分析了不同冲击倾向性条件下动力学相似准则系数  $\beta$  与应变相似比的取值范围, 得到了模型的应力-应变曲线及应力-时间曲线, 并提出了用于表征模型冲击倾向性的定量化评价指标。通过综合比较多种几何相似比与波速相似比, 确定了最优几何相似比及最优波速相似比, 为动力学相似准则在实际冲击地压物理模拟中的应用提供了明确的选型依据。该成果不仅丰富了动力学相似理论体系, 也为冲击地压动力灾害的实验设计和风险评估提供了理论支撑与技术指导。

### 参考文献

[1] 窦林名, 田鑫元, 曹安业, 等. 我国煤矿冲击地压防治现状与难题[J]. 煤炭学报, 2022, 47(01): 152-171.  
DOU Linming, TIAN Xinyuan, CAO Anye, et al. Present situation and problems of coal mine rock burst prevention and control in China[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(1): 152-171.

[2] 曹安业, 窦林名, 白贤栖, 等. 我国煤矿矿震发生机理及治理现状与难题[J]. 煤炭学报, 2023, 48(5): 1894-1918.  
CAO Anye, DOU Linming, BAI Xianxi, et al. State-of-the-art occurrence mechanism and hazard control of mining tremors and their challenges in Chinese coal mines[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(5): 1894-1918.

[3] 窦林名, 曹晋荣, 曹安业, 等. 煤矿矿震类型及震动波传播规律研究[J]. 煤炭科学技术, 2021, 49(6): 23-31.  
DOU Linming, CAO Jinrong, CAO Anye, et al. Research on types of coal mine tremor and propagation law of shockwaves[J]. Coal Science and Technology, 2021, 49(6): 23-31.

[4] 潘俊锋, 闫耀东, 马小辉, 等. 考虑时变特性的煤层大巷群冲击地压机理及防治[J]. 煤炭学报, 2022, 47(9): 3384-3395.  
PAN Junfeng, YAN Yaodong, MA Xiaohui, et al. Mechanism and prevention of rock burst in coal seam alleys considering time-varying characteristics[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(9): 3384-3395.

[5] 康红普, 高富强, 王晓卿, 等. 煤矿巷道断层滑移型冲击地压试验系统研制与试验验证[J]. 煤炭学报, 2024, 49(9): 3701-3710.  
KANG Hongpu, GAO Fuqiang, WANG Xiaoqing, et al. Development and experimental validation of a test system for simulation of fault-slip rockbursts in coal mine roadways[J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(9): 3701-3710.

[6] 齐庆新, 王守光, 王美美, 等. 煤矿冲击地压数值物理模拟方法与应用研究[J]. 矿业安全与环保, 2025, 52(1): 1-13.  
QI Qingxin, WANG Shouguang, WANG Meimei, et al. Research on numerical-physical simulation methods and applications for coal mine rock burst[J]. Mining Safety & Environmental Protection, 2025, 52(1): 1-13.

[7] 彭守建, 许庆峰, 许江, 等. 深部煤岩冲击地压多功能物理模拟试验系统研制与应用[J]. 煤炭学报, 2024, 49(11): 4417-4428.  
PENG Shoujian, XU Qingfeng, XU Jiang, et al. Multifunctional physical simulation test system for deep coal rockburst development and its application[J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(11): 4417-4428.

[8] CAO W, LIU H, HANG Y, et al. Similarity Simulation on the Movement Characteristics of Surrounding Rock and Floor Stress Distribution for Large-Dip Coal Seam[J]. Sensors, 2022, 22, 2761.

[9] LIU P, GAO L, ZHANG P, et al. Physical Similarity Simulation of Deformation and Failure Characteristics of Coal-Rock Rise under the Influence of Repeated Mining in Close Distance Coal Seams[J]. Energies, 2022, 15, 3503.

[10] KAN Zihao, DOU Linming, CAI Wu, et al. Establishment and Analysis of Impact Coal Physical Analog Similarity Criteria in Coal

- Burst [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2025, 58: 7605–7630.
- [11] 李鸿昌. 矿山压力的相似模拟试验[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1987: 93–95.
- [12] 林韵梅. 实验岩石力学[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1984.
- [13] 张强勇, 段抗, 任明洋, 焦玉勇, 刘传成. 深部工程物理模拟数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2022: 3–14.
- [14] 唐巨鹏, 张昕, 潘一山. 煤与瓦斯突出物理模拟试验研究现状及展望[J]. *岩石力学与工程学报* 2024, 43 (3): 1–21.
- TANG Jupeng, ZHANG Xin, PAN Yishan. Research status and prospect on physical simulation test of coal and gas outburst[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2024, 43 (3): 1–21.
- [15] 唐巨鹏, 张昕, 潘一山等. 深部巷道煤与瓦斯突出及冲击演化特征试验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2022, 41(06): 1081–1092.
- TANG Jupeng, ZHANG Xin, PAN Yishan, et al. Experimental study on the characteristics of deep coal and gas outburst and impact evolution in roadway [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2022, 41(6): 1081–1092.
- [16] 王爱文, 潘一山. 深部残采区域下冲击危险易突出煤层开采的相似模拟试验[J]. *煤炭学报*, 2012, 37(04): 578–584.
- Wang Aiwen, Pan Yishan. Similar simulation test on mining of rockburst danger and easy outburst coal seam under deep residual area[J]. *Journal of China Coal Society*, 2012, 37(4): 578–584.
- [17] 潘一山, 吕祥峰, 李忠华等. 高速冲击载荷作用下巷道动态破坏过程试验研究[J]. *岩土力学*, 2011, 32(05): 1281–1286.
- PAN Yishan, LÜ Xiangfeng, LI Zhonghua. Experimental study of dynamic failure process of roadway under high velocity impact loading[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(05): 1281–1286.
- [18] 蔡武. 断层型冲击矿压的动静载叠加诱发原理及其监测预警研究[D]. 中国矿业大学, 2015.
- [19] 谢和平, 高峰, 鞠杨. 深部岩体力学研究及探索[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015, 34(11): 2161–2178.
- XIE Heping, GAO Feng, JU Yang. Research and development of rock mechanics in deep ground engineering [J]. *China Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, 34(11): 2161–2178
- [20] 谭云亮, 张修峰, 肖自义, 等. 冲击地压主控因素及孕灾机制[J]. *煤炭学报*, 2024, 49(1): 367–379.
- TAN Yunliang, ZHANG Xiufeng, XIAO Ziyi, et al. Main control factors of rock burst and its disaster evolution mechanism[J]. *Journal of China Coal Society*, 2024, 49(1): 367–379.
- [21] 朱广安, 蒋启鹏, 伍永平, 等. 应力波扰动作用下断层 滑移失稳的数值反演[J]. *采矿与安全工程学报*, 2021, 38(2): 370–379.
- ZHU Guangan, JIANG Qipeng, WU Yongping, et al. Numerical inversion of dynamic behavior of fault slip instability induced by stress waves[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2021, 38(2): 370–379.
- [22] 钱伟长. 弹性力学中广义变分原理的进一步研究[J]. *力学学报*, 1986, (S1): 206–217+224.
- [23] 鞠明和, 姚宝山, 窦林名, 等. 冲击地压物理相似模拟中煤的冲击倾向性影响规律研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2024, 43(12): 1–16.
- Ju Minghe, Yao Baoshan, Dou Linming, et al. Influence of coal bursting liability on physical similarity simulation of coal/rock burst[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2024, 43(12): 1–16.
- [24] 鞠明和, 朱涵, 窦林名, 等. 局部震动诱发煤体非稳态裂纹扩展及其冲击显现特征研究. *煤炭学报*, 2023, 48(5): 2035–2048.
- Ju Minghe, Zhu Han, Dou Linming, et al. Local seismicity induced unstable crack propagation in a coal and its effect on coal burst characteristics [J]. *Journal of China Coal Society*, , 2023, 48(5): 2035–2048.
- [25] 周宏伟, 谢和平, 左建平. 深部高地应力下岩石力学行为研究进展[J]. *力学进展*, 2005, (01): 91–99.
- ZHOU Hongwei, XIE Heping, ZUO Jianping. Developments in researches on mechanical behaviors of rocks under the confining of high ground pressure in the depths [J]. *Advances in Mechanics*, 2005, 35(1): 91–99.
- [26] 何满潮, 谢和平, 彭苏萍等. 深部开采岩体力学研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, (16): 2803–2813.
- HE Manchao, XIE Heping, PENG Suping, et al. Study on Rock Mechanics in Deep Mining Engineering[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005(16): 2803–2813.
- [27] 徐志双, 高小跃, 李志强等. 矿震和水库地震等非天然地震的公共服务需求调查研究[J]. *中国地震*, 2020, 36(03): 630–638.
- XU Zhishuang, GAO Xiaoyue, LI Zhiqiang, et al. Investigation on public service demand of earthquakes induced by human activities including mining and reservoir impoundment[J]. *Earthquake Research in China*, 2020, 36(3): 630–638
- [28] 齐庆新, 李晓璐, 赵善坤. 煤矿冲击地压应力控制理论与实践[J]. *煤炭科学技术*, 2013, 41(06): 1–5.
- QI Qingxin, LI Xiaolu, ZHAO Shankun. Theory and Practices on Stress Control of Mine Pressure Bumping[J]. *Coal Science and Technology*, 2013, 41(06): 1–5.
- [29] 齐庆新, 彭永伟, 李宏艳, 等. 煤岩冲击倾向性研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(S1): 2736–2742.
- Qi Qingxin, Peng Yongwei, Li Hongyan, et al. Study of bursting liability of coal and rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(S1): 2736–2742.
- [30] 李夕兵. 岩石动力学[M]. 科学出版社, 2014.

- [31] 张文清,穆朝民,李重情.冲击荷载下煤的动态力学性质研究[J].煤炭科学技术,2019,47(10):198-204.  
Zhang Wenqing, Mu Chaomin, Li Zhongqing. Study on dynamic mechanical properties of coal under impact loading [J]. Coal Science and Technology, 2019, 47(10):198-204. \
- [32] Jing Li. Mechanical and acoustic emission characteristics of anisotropic coal under dynamic loading[D]. Monash University. 2021.
- [33] Zhou Zilong, Cai Xin, Zhao Yuan, et al. Strength characteristics of dry and saturated rock at different strain rates[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China,2016,26(07):1919-1925.
- [34] 宫凤强, 司雪峰, 李夕兵, 等. 基于应变率效应的岩石动态 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则研究[J]. 中国有色金属学报, 2016, 26(8): 1763-1773.  
GONG Fengqiang, SI Xuefeng, LI Xibing, et al. Rock dynamic Mohr-Coulomb and Hock-Brown criteria based on strain rate effect[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2016, 26(8): 1763-1773.
- [35] 宫凤强, 陆道辉, 李夕兵, 等. 不同应变率下砂岩动态强度准则的试验研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(9): 2433-2441.  
GONG Fengqiang, LU Daohui, LI Xibing, et al. Experimental research of sandstone dynamic strength criterion under different strain rates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(9): 2433-2441.
- [36] 钱七虎, 戚承志. 岩石、岩体的动力强度与动力破坏准则[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2008, 36(12): 1599-1605.  
QIAN Qihu, QI Chengzhi. Dynamic strength and dynamic fracture criteria of rock and rock mass[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2008, 36(12): 1599-1605.
- [37] 李夕兵,宫凤强,高科,等.一维动静组合加载下岩石冲击破坏试验研究[J].岩石力学与工程学报,2010,29(2):251-260.  
LI Xibing, GONG Fengqiang, GAO Ke, et al. Test study of Engineering Blasting impact failure of rock subjected to one-dimensional coupled static and dynamic loads [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2010,29(2): 251-260.
- [38] 陈绍杰, 冯帆, 李夕兵, 等.复杂开采条件下深部硬岩板裂化破坏试验与模拟研究进展和关键问题 [J].中国矿业大学学报,2023,52(5):868-888.  
CHEN Shaojie, FENG Fan, LI Xibing, et al. Research progress and key issues of laboratory test and numerical simulation for slabbing failure in hard rock under complex mining conditions[J]. Journal of China University of Mining & Technology,2023,52 (5):868-888.
- [39] He Jiang, Dou Linming, Mu Zonglong,et al. Numerical simulation study on hard-thick roof inducing rock burst in coal mine[J]. Journal of Central South University, 2016, 23(09):2314-2320.
- [40] 窦林名, 何江, 曹安业, 等. 煤矿冲击矿压动静载叠加原理及其防治[J]. 煤炭学报, 2015, 40(7): 1469-1476. DOU Linming, HE Jiang, CAO Anye, et al. Rock burst prevention methods based on theory of dynamic and static combined load induced in coal mine[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(7): 1469-1476.
- [41] Kan Zihao, Dou Linming, Cai Wu, et al. Impact coal internal block size effect on physical and mechanical parameters' similarity criteria validity: Numerical simulation and adjustment[J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2025, 35(4): 659-675.
- [42] Kan Zihao, Dou Linming, He Hu, et al. Advances and trends in multi-field coupling induced disaster similarity theory within deep ground engineering[J]. Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources, 2024, 10(1):187-187.